Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2005/2006

GE4 - Geometria Differenziale 1

TUTORATO VII - FEDERICO COGLITORE E LIVIA CORSI (10-11-05)

<u>ESERCIZIO 1.</u> Dimostrare che l'Elicoide, cioè la superficie (Do Carmo, es.3 p.94)

$$\begin{array}{cccc} X: & (0,2\pi)\times\mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ & (u,v) & \longmapsto & (v\cos u, v\sin u, u) \end{array}$$

è ua superficie minima, cioè la sua curvatura media è costante e uguale a zero. Notare che l'Elicoide NON è una superficie di rotazione. Come sono fatte le curve d'intersezione con i piani orizzontali?

<u>ESERCIZIO 2.</u> Dimostrare che l'Iperboloide a una falda (Do Carmo, p.189 fig.3-34) cioè la superficie $\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+y^2-z^2=1\}$ ha solo punti iperbolici. (*Per questo viene anche chiamato Iperboloide iperbolico*)

<u>ESERCIZIO 3.</u> Calcolare la curvatura di Gauss del Toro di rotazione $\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : z^2 = 1-(\sqrt{x^2+y^2}-3)^2\}$ che si ottiene facendo ruotare attorno all'asse z la circonferenza contenuta nel piano xz di centro il punto $(3,0)$ e raggio 1. Notare che il parallelo inferiore e il parallelo superiore sono costituiti da punti parabolici: darne una motivazione geometrica. Notare inoltre che ci sono sia punti ellittici che parabolici.