

**Università degli Studi Roma Tre**  
**Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2004/2005**  
**GE3 - Topologia Generale ed Elementi di Topologia Algebrica**  
**Tutorato 3**  
Giovedì 17 Marzo 2005

1. Si considerino nello spazio topologico  $(\mathbb{R}, i_s)$  le successioni:  
 $\{a_n\}$  definitivamente costante di valore  $a \in \mathbb{R}$ ;  
 $\{b_n\}$  con  $b_n = -n \quad \forall n \in \mathbb{N}$ ;  
 $\{c_n\}$  con  $c_n = n \quad \forall n \in \mathbb{N}$ .  
Verificare che:
  - (a) la successione  $\{a_n\}$  converge a tutti e soli gli  $r \in \mathbb{R}$  tali che  $r \leq a$ ;
  - (b) la successione  $\{b_n\}$  converge a tutti gli  $r \in \mathbb{R}$ ;
  - (c) la successione  $\{c_n\}$  non converge.
2. Nello spazio topologico euclideo  $(\mathbb{R}^n, \mathcal{E})$  determinare interno, esterno, frontiera del disco  $D_r(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}^n, \forall r > 0$
3. Sia  $\mathcal{K}$  la topologia cofinita su di un insieme  $X$  infinito. Sia  $S \subset X$  tale che  $S$  ed  $X \setminus S$  siano insiemi infiniti. Determinare interno, esterno, frontiera di  $S$ .
4. Nello spazio topologico  $(\mathbb{R}, i_s)$  consideriamo l'insieme  $S := [a, b)$ .  
Determinare interno, esterno, frontiera di  $S$ .  
( $i_s := \{\mathbb{R}, \emptyset, (-\infty, a), \forall a \in \mathbb{R}\}$ ).
5. Nello spazio topologico euclideo  $(\mathbb{R}, \mathcal{E})$  sia

$$S := \left\{ \frac{1}{n}, \quad \forall n \geq 1 \right\}.$$

Determinare interno, esterno, frontiera di  $S$ .

6. Nello spazio topologico  $(\mathbb{R}, i_s)$  determinare interno, esterno, frontiera dell'insieme  $S := \{x\}$ , al variare di  $x$  in  $\mathbb{R}$ .
7. Nello spazio topologico  $(\mathbb{R}, j_s)$  determinare interno, esterno, frontiera dell'insieme  $S := [a, b)$ .  
( $j_s$  topologia su  $\mathbb{R}$  che ha per base  $\mathcal{B} := \{(a, b) \subset \mathbb{R}, \forall a, b \in \mathbb{R}, a < b\}$ ).