Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di GE1 - A.A. 2004/2005
Docente: Prof. A. F. Lopez - Esercitatrice: Dott.ssa T. Vistarini
Tutori: Andrea Agnesse & Nazareno Maroni
Sito: *http://andynaz.altervista.org/*

Tutorato n.6 del 7/4/2005

Esercizio 1 Data la seguente matrice $\mathcal{A} \in M_{n\times m}$

(a) considerare le colonne come vettori e trovare la dimensione del sottospazio generato in $\mathbb{R}^n$;

(b) considerare le righe come vettori e trovare la dimensione del sottospazio generato in $\mathbb{R}^m$.

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 3 & -\frac{11}{3} \\ 0 & 5 & \frac{5}{2} & -7 & -3 & -\frac{1}{3} \\ 3 & -\frac{3}{4} & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{2}{5} \\ 2 & 0 & \frac{1}{3} & 8 & -1 & -2 \\ \frac{1}{2} & -2 & -1 & \frac{1}{3} & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

Esercizio 2 Scrivere la seguente matrice $\mathcal{B}$ e la sua inversa $\mathcal{B}^{-1}$ come prodotto di matrici elementari.

$$\mathcal{B} = \begin{pmatrix} \frac{1}{8} & \frac{8}{3} & 5 \\ -3 & 2 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{4} & -1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 3 Risolvere il seguente sistema.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 5x_4 + x_5 = 1 \\ \frac{15}{4}x_1 + 7x_2 + \frac{1}{2}x_3 + \frac{35}{2}x_4 + \frac{7}{4}x_5 = \frac{7}{2} \\ 3x_1 + x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 5x_4 + \frac{x_5}{3} = 1 \\ 4x_2 - 2x_3 + 10x_4 + 1 = 3 \end{cases}$$

Esercizio 4 Svolgere la dimostrazione dell'esercizio 1 del tutorato 4 considerando i vettori in riga.

Esercizio 5 Dati i seguenti sottospazi vettoriali calcolare $\dim \mathcal{W}_1$, $\dim \mathcal{W}_2$, $\dim \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$, $\dim \mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2$ e, per ogni sottospazio trovare una base.

(a) $\mathcal{W}_1 =< (0, \sqrt{2}, \sqrt{8}), (-1, \frac{1}{2}, 0), (-1, 1, 1) >$
$\mathcal{W}_2 =< (1, \frac{1}{2}, 2), (\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) >$

(b) $\mathcal{W}_1 =< (0, \frac{3}{2}, 2), (0, -19, 0), (3, 2, 0) >$
$\mathcal{W}_2 =< (2\sqrt{15}, 10, 0), (\sqrt{3}, \sqrt{5}, 0) >$

(c) $\mathcal{W}_1 =< (\frac{7}{4}, 0, -1), (\frac{7}{4}, 0, 1) >$
$\mathcal{W}_2 =< (1, 1, 0), (1, -1, 0) >$