Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di GE1 - A.A. 2004/2005
Docente: Prof. A. F. Lopez - Esercitatrice: Dott.ssa T. Vistarini
Tutori: Andrea Agnesse & Nazareno Maroni
Sito: ***http://andynaz.altervista.org/***

Tutorato n.5 del 31/3/2005

Esercizio 1 Sia $\mathcal{V}$ un K-spazio vettoriale e siano $\mathbf{v_1}, \mathbf{v_2}, \cdots, \mathbf{v_n} \in \mathcal{V}$. Dimostrare che $< \mathbf{v_1}, \mathbf{v_2}, \cdots, \mathbf{v_n} >=< \mathbf{v_1} > \oplus < \mathbf{v_2} > \oplus \cdots \oplus < \mathbf{v_n} >$ se e solo se $\mathbf{v_1}, \mathbf{v_2}, \cdots, \mathbf{v_n}$ sono vettori linearmente indipendenti.

Esercizio 2 Dati i seguenti sottospazi vettoriali di $M_{2\times 3}(\mathbb{R})$, $\mathcal{W}_1$ e $\mathcal{W}_2$, dire se la somma è diretta:

$$\mathcal{W}_1 =< \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -3 & -4 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} >$$
$$\mathcal{W}_2 =< \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\frac{3}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix} >$$

Esercizio 3 Trovare la dimensione di $\mathbb{R}^2$ come $\mathbb{Q}$-spazio vettoriale.

Esercizio 4 Data una matrice $\mathcal{A} \in M_n(\mathbb{R})$, si definisce *traccia di* $\mathcal{A}$ $tr(\mathcal{A}) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$. Dimostrare che il sottoinsieme $\mathcal{I}_0 \subset M_n$ contenente le matrici a traccia nulla è un sottospazio vettoriale.