

Esercizio 1 Dire per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ la seguente matrice \mathcal{A} è invertibile. Fissato un valore di a trovare l'inversa e scrivere le matrici \mathcal{A} e \mathcal{A}^{-1} come prodotto di matrici elementari.

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & a & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Esercizio 2 Dato il seguente sistema trovare i valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ tali che:

- (i) il sistema sia incompatibile;
- (ii) il sistema ammetta un'unica soluzione;
- (iii) il sistema ammetta infinite soluzioni.

Per (ii) e (iii) fissare un valore di a e risolvere.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + (2a - 2)x_2 - 2x_3 = 2 \\ -x_1 - (a - 1)x_3 = 0 \end{cases}$$

Esercizio 3 Risolvere i seguenti sistemi:

$$(a) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + \frac{1}{2}x_3 = 2 \\ -2x_1 - 7x_3 = 1 \\ 3x_1 - \frac{3}{2}x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 1 \\ x_1 + 6x_2 - 8x_4 = 3 \\ -2x_1 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ -5x_1 + 2x_2 - 8x_3 = 1 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} -\frac{1}{2}x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -\frac{3}{2} \\ -x_1 - \frac{1}{5}x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} -2x_1 - x_3 + x_4 = 2 \\ 4x_1 - 3x_2 + 5x_3 - \frac{1}{2}x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + \frac{3}{2}x_3 = 3 \end{cases}$$