

Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di GE1 - A.A. 2004/2005

Docente: Prof. A. F. Lopez - Esercitatrice: Dott.ssa T. Vistarini
Tutori: Andrea Agnesse & Nazareno Maroni
Sito: <http://andynaz.altervista.org/ge1.htm>

Tutorato n.12 del 26/5/2005

Esercizio 1 Sia $\mathcal{H} \subset \mathbb{R}^3$ il piano di equazione cartesiana $x_1 - x_2 + x_3 = 0$ e u il vettore di componenti $u = (1, 0, 1)$. Scrivere l'espressione analitica della proiezione $p_u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathcal{H}$ la proiezione su \mathcal{H} lungo la direzione $\langle u \rangle$.

Esercizio 2 Sia $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita come $F(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, 2x_1 - \frac{1}{3}x_2, 2x_1 + x_2)$. L'applicazione F è iniettiva? È suriettiva?

Esercizio 3 Sia $G : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita come $G(x_1, x_2, x_3) = (-x_1 + x_3, \frac{x_1}{2} + x_2 - 3x_3)$. L'applicazione G è iniettiva? È suriettiva?

Esercizio 4 In \mathbb{R}^3 sia $v = \{v_1 = (1, -1, 1), v_2 = (1, 0, -1), v_3 = (0, 1, 1)\}$ e $w = \{w_1 = (0, 1, -1), w_2 = (1, -1, 0), w_3 = (1, 0, 1)\}$. Scrivere la matrice del cambiamento di base dalla base v alla base w e dalla base w alla base v .

Esercizio 5 In \mathbb{R}^4 sia $v = \{v_1 = (1, 0, 0, 1), v_2 = (1, 0, 0, -1), v_3 = (0, 1, 1, 0), v_4 = (0, 1, -1, 0)\}$ e $w = \{w_1 = (1, 1, 0, 0), w_2 = (1, -1, 0, 0), w_3 = (0, 0, 1, 1), w_4 = (0, 0, 1, -1)\}$. Scrivere la matrice del cambiamento di base da v a w e da w a v .

Esercizio 6 Sia F l'applicazione lineare associata alla matrice $\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Se $\mathcal{A} = M_{w,v}(F)$, quali sono i vettori immagini della base definita nell'esercizio 4?

Esercizio 7 Sia $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ il 3-spazio affine numerico, sia $OE_1E_2E_3$ il sistema di riferimento standard:

- trovare le equazioni parametriche e cartesiane della retta r la cui giacitura è contenuta nella giacitura del piano $\alpha : x + y + 1 = 0$, passante per 0 e complanare con la retta s di equazioni parametriche $s = \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = -t \end{cases}$;
- trovare le equazioni parametriche e cartesiane del piano β contenente r e s ;
- α e β sono incidenti? Se sì, trovare le equazioni parametriche e cartesiane della retta in cui si incontrano.