

Esercizio 1 Calcolare le seguenti somme e prodotti di matrici

$$(a) \begin{pmatrix} 4 & -3 & -7 & 0 \\ -4 & 0 & 2 & -5 \\ 5 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 1 & 9 & 4 \\ 0 & -4 & -3 & 5 \\ -5 & 3 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 4 & -3 & -7 & 0 \\ -4 & 0 & 2 & -5 \\ 5 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 1 & 9 & 4 \\ 0 & -4 & -3 & 5 \\ -5 & 3 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} 2+i & \frac{3}{2} \\ 1 & -i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2+i & -5-i \\ i-3 & i \end{pmatrix}$$

$$(d) \begin{pmatrix} 2+i & \frac{3}{2} \\ 1 & -i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2+i & -5-i \\ i-3 & i \end{pmatrix}$$

$$(e) \begin{pmatrix} 2 & -11 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -2 & 5 & -1 \\ 7 & 0 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(f) \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & \frac{1}{3} \\ -\left(\frac{5}{7}\right)^2 & -1 \\ \frac{3}{4} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ \frac{2}{5} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 0 & \left(\frac{1}{2}\right)^7 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 19 \\ 0 & 1 & -5 \\ 1 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

Esercizio 2 Verificare, con il calcolo diretto, la proprietà distributiva per le seguenti matrici \mathcal{A} , \mathcal{B} e \mathcal{C} : $(\mathcal{A} + \mathcal{B}) \cdot \mathcal{C} = \mathcal{A} \cdot \mathcal{C} + \mathcal{B} \cdot \mathcal{C}$

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2i & 0 \\ 2-3i & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2}i & 2 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix} \quad \mathcal{B} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & 3i \\ 4+\frac{i}{2} & 1 & -3 \\ 1-i & -\frac{3i}{5} & 0 \\ 2 & -i & 4 \end{pmatrix} \quad \mathcal{C} = \begin{pmatrix} 0 & 2-i \\ -\frac{i}{3} & 5 \\ 1 & 2i-1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 3 Verificare, con il calcolo diretto, che $(\mathcal{A} \cdot \mathcal{B}) \cdot \mathcal{C} = \mathcal{A} \cdot (\mathcal{B} \cdot \mathcal{C})$

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -\frac{3}{2} & 0 \\ \frac{7}{5} & -\sqrt{3} \end{pmatrix} \quad \mathcal{B} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{11} & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad \mathcal{C} = \begin{pmatrix} \sqrt[3]{-\frac{1}{5}} \\ 2 \\ \frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

Esercizio 4 Trovare il parametro a per cui il risultato del seguente prodotto tra matrici sia una matrice triangolare superiore

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 2 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ a & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Esercizio 5 Trovare il valore del parametro a per cui i risultati dei seguenti prodotti tra matrici siano matrice diagonali

$$(a) \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ \frac{3}{2} & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}a & 0 & a-1 \\ \frac{a}{3} & a-2 & -a \\ 0 & a-3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a-2 & 0 & 4-a \\ 1 & 3 & a-6 \\ a & a & 2 \end{pmatrix}$$

Esercizio 6 Dimostrare che per le seguenti matrici \mathcal{A} e \mathcal{B} risulta $\mathcal{A} \cdot \mathcal{B} \neq \mathcal{B} \cdot \mathcal{A}$

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & e - \sqrt{3} & 2 \\ \pi & \frac{8}{3} & e \\ \sqrt{2} & 0 & 3 \\ 10 & 5 & 7 \end{pmatrix} \quad \mathcal{B} = \begin{pmatrix} e^{i\pi} & 3 & \frac{1}{\sqrt{17}} & \frac{\sqrt{2}}{e} \\ ie & 5 & \frac{1}{4} & i \\ \frac{e}{\pi} & 0 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$