

Esercitazione 1- Am3
Prof. Ugo Bessi, Dott. Claudia Di Giulio
28 febbraio 2005

Esercizio 1

Risolvere le seguenti equazioni differenziali lineari

1. $u' + u \operatorname{sen} t = (1 + \operatorname{cost}) \operatorname{sen} t$

2. $u' + \frac{2}{t}u = e^t + 1$

3. $u' - \frac{u}{1+e^x} = e^{-x}$

Esercizio 2

Sia $X = C([0, 1])$ e F l'applicazione che ad ogni $f \in X$ associa la funzione $\varphi = F(f)$ definita da:

$$\varphi(x) = 1 + \int_0^1 e^{-xy} y f(y) dy$$

dimostrare che F é una contrazione.

Esercizio 3

Sia $X = C([0, 1])$ e $F_\lambda : X \rightarrow X$ l'applicazione cosí definita:

$$(F_\lambda(u))(x) = e^{-\lambda x} \int_0^x e^{\lambda t} u(t) dt$$

Dire per quali λ F_λ é una contrazione.