

Recupero II Esonero - Appello A - Am1b Analisi Matematica 1

Docente: Dott. Pierpaolo Esposito

7 Giugno 2005

Esercizio 1

Studiare dal punto di vista qualitativo il grafico della funzione $f(x) = e^{-x}|x + 1|^3$. La funzione è derivabile in $x = -1$?

Esercizio 2

Calcolare i seguenti integrali definiti o indefiniti:

- $\int \frac{dx}{(x+1)^2(x^2+4)}$,
- $\int_0^\pi e^x \sin(3x) dx$,
- $\int \frac{e^x+2}{e^x(e^x+1)} dx$,
- $\int \frac{dx}{2+\sin x}$.

Esercizio 3

La funzione $\frac{1}{1-\cos x}$ è integrabile in $(0, 1)$? La funzione $\frac{x^{\frac{3}{2}}}{1-\cos x}$ lo è? Rispondere giustificando le risposte.

Esercizio 4

Calcolare i seguenti limiti, qualora esistano:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_1^x \frac{\log^2 t}{t+\sqrt{t}} dt}{x \log x}$,
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arctan x}{x - \sin x}$,
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\log(\cos x^2))^2}{x^8}$,
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arctan x}{x - \cos x}$.

Sugg.: Al punto (c), usare gli sviluppi di Taylor per le funzioni considerate fino ad un ordine opportuno.

Esercizio 5

Mostrare che vale:

$$\frac{x+1}{\sqrt{x}} \geq 2$$

per ogni $x > 0$. Determinare i valori di x per cui vale esattamente l'uguale. La disuguaglianza può essere migliorata per $x \in (0, \frac{1}{2}) \cup (2, +\infty)$?