

# ESERCITAZIONE 6

Di Gregorio Laura

1. Dire se convergono i seguenti prodotti infiniti

$$(a) \prod_{n \geq 2} \left(1 + \frac{1}{n \log n}\right), \quad (b) \prod_{n \geq 1} \left(1 + \frac{1}{n^2}\right),$$

$$(c) \prod_{n \geq 1} \exp\left(\frac{1}{n}\right), \quad (d) \prod_{n \geq 1} \exp\left(\frac{1}{n(n+1)}\right),$$

$$(e) \prod_{n \geq 1} \exp\left(\frac{n}{2^n}\right), \quad (f) \prod_{n \geq 1} \left(1 - \frac{1}{4n^2}\right),$$

In caso affermativo, calcolarli.

2. Mostrare che per  $\alpha \in (0, 1)$

$$\sin \pi(z + \alpha) = e^{\pi z \cot \pi \alpha} \prod_{-\infty}^{\infty} \left(1 + \frac{z}{n + \alpha}\right) e^{-z/(n+\alpha)}$$

3. Scrivere  $\cos(\sqrt{z})$  come prodotto infinito.