

**GE2 - Tutorato VII - Lunedì 24 Novembre 2003 d.C.**  
**tutori Federico Coglitore e Chiara Valenti**

1. Sia  $\mathbb{E}^2$  un piano euclideo con riferimento cartesiano standard  $Oe_1e_2$ . Dire se le seguenti coniche non degeneri sono ellissi iperboli o parabole.
  - (a)  $3X^2 - 8XY + 2Y^2 - 2X + 4Y - 16 = 0$
  - (b)  $X^2 + 8XY + 16Y^2 - X + 8Y - 12 = 0$
  - (c)  $52X^2 - 72XY + 73Y^2 - 32X - 74Y + 28 = 0$
  - (d)  $XY - 1 = 0$
  
2. Sia  $\mathbb{E}^2$  un piano euclideo con riferimento cartesiano standard  $Oe_1e_2$ . Siano  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{G}$ ,  $\mathcal{H}$  rispettivamente le curve di equazione  $\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1$  (ellisse non degenera a punti reali) ( $a \geq b > 0$ ),  $\frac{X^2}{a^2} - \frac{Y^2}{b^2} = 1$  (iperbole non degenera) ( $a > 0, b > 0$ )  $Y^2 - 2pX = 0$  (parabola non degenera) ( $p > 0$ )
  - (a) Studiare la simmetria delle tre coniche rispetto all'origine, agli assi coordinati e alla retta  $Y = X$ .
  - (b) Dimostrare che se in  $\mathcal{F}$   $a = b$  allora la conica è simmetrica rispetto a qualsiasi retta passante per l'origine.
  - (c) Trovare tutti i centri di simmetria delle tre coniche.
  - (d) In  $\mathcal{F}$  trovare i fuochi e le intersezioni della curva con gli assi coordinati.
  - (e) In  $\mathcal{G}$  trovare i fuochi, gli asintoti e le intersezioni della curva con l'asse delle ascisse.
  - (f) In  $\mathcal{H}$  trovare il vertice.
  
3. Sia  $\mathbb{E}^2$  un piano euclideo con riferimento cartesiano standard  $Oe_1e_2$ . Trovare un'isometria che trasforma le seguenti coniche nella loro forma canonica e, se possibile, individuarne i fuochi, gli asintoti, il vertice, il centro e gli assi di simmetria.
  - (a)  $X^2 + Y^2 + XY + X + Y - 1 = 0$
  - (b)  $X^2 - Y^2 - 2X + 2Y - 1 = 0$
  - (c)  $XY = 0$