

Università degli Studi di Roma Tre - Dipartimento di Matematica
Corso di GE2 del Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2003/2004
Docente: Prof. A. Verra - Esercitatore: Dott.ssa T. Vistarini

Esercitazione del 2/10/2003

Introduzione, tramite esempi, al concetto di classe di congruenza di matrici quadrate. Forme bilineari simmetriche e non. Matrice associata ad una forma bilineare rispetto a una base fissata.

1.1 Sia data la seguente applicazione:

$$b : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$b(v, w) = x_1y_1 - x_1y_2 - 3x_2y_1 + 5x_2y_2$$

Dimostrare che e' una applicazione bilineare.

Trovare la matrice di b rispetto alla base canonica di \mathbb{R}^2 .

Trovare la matrice di b rispetto alla base $B = (v_1, v_2)$, sapendo che

$$v_1 = (-1, 1) \quad v_2 = (2, -1)$$

Che relazione c'e' fra le due matrici ?

1.2 Sia data la forma quadratica:

$$q : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$q(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 3x_2^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3$$

Scrivere la forma bilineare simmetrica $b(v, w)$ associata ad essa.

Dimostrare che data una forma quadratica, la forma bilineare simmetrica associata e' unica.

Trovare una base ortogonale di vettori di \mathbb{R}^3 rispetto a b, e ricavare la matrice associata a b in questa base.

1.3 Data la forma quadratica:

$$q : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$q(x_1, x_2, x_3) = x_1x_3 + x_1x_2 + x_2x_3$$

scrivere la forma bilineare simmetrica associata.

Trovare una base diagonalizzante per b.

1.4 Si considerino le forme bilineari simmetriche

$$b : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$

aventi tra i propri vettori isotropi i vettori della base canonica ed il vettore $v = e_1 + e_2 + e_3$, e se ne scrivano le matrici associate (rispetto alla base canonica).

Tra le precedenti forme se ne determini una non nulla per la quale i vettori $(1, 1, 0)$ e $(1, -1, 1)$ siano ortogonali.