

Università degli Studi di Roma Tre - Dipartimento di Matematica
Corso di GE1 del Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2003/2004
Docente: Prof. A. Lopez - Esercitatore: Dott. T. Vistarini - Tutore: Dott. M.
Nesci

Esercitazione del 3/3/2004

1.1 Sia:

$$V = \mathbb{R}^2, W = \langle (2, 1) \rangle, U = \langle (0, 1) \rangle .$$

Verificare che V è somma diretta dei due sottospazi U e W .

Mostrare che il complementare di W in V non è unico.

Mostrare che in uno spazio di dimensione finita il complementare di un suo sottospazio non è unico.

1.2 Sia K un campo:

$$V = K^3, W = \langle (1, 0, 0) \rangle, U = \langle (1, 1, 0), (0, 1, 1) \rangle .$$

Verificare che V è somma diretta dei due sottospazi U e W .

1.3 Siano U e W due sottospazi distinti di dimensione 4 di uno spazio vettoriale V di dimensione 6.

Trovare le dimensioni possibili di $W \cap U$.

1.4 Consideriamo i seguenti sottospazi di \mathbb{R}^4 :

$$U = \langle (1, 1, 0, -1), (1, 2, 3, 0), (2, 3, 3, -1) \rangle$$

$$W = \langle (1, 2, 2, -2), (2, 3, 2, -3), (1, 3, 4, -3) \rangle .$$

Trovare:

a) $\dim(U + W)$

b) $\dim(U \cap W)$

1.5 Sia $V = M_n(K)$, lo spazio vettoriale delle matrici quadrate di ordine n , a coefficienti in un campo K .

Verificare che il sottinsieme U delle matrici simmetriche e il sottinsieme W delle matrici antisimmetriche sono due sottospazi di V .

Verificare che $V = U \oplus W$.

Se U è il sottospazio delle matrici triangolari superiori e W è quello delle matrici triangolari inferiori si può ancora scrivere $V = U \oplus W$?