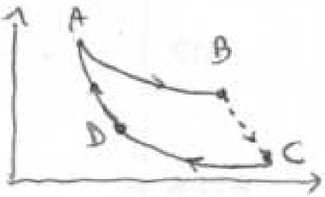
$$dS = \frac{\delta Q_1}{T} + \frac{\delta Q_2}{T} \Rightarrow \Delta S = \int_{T_1}^{T_f} mc\,\frac{dT}{T} + \int_{T_2}^{T_f} mc\,\frac{dT}{T} =$$

$$= mc \ln\frac{T_f}{T_1} + mc \ln\frac{T_f}{T_2} = mc \ln\frac{T_f^2}{T_1 T_2} = mc \ln\frac{(T_1+T_2)^2}{4 T_1 T_2}$$

3. Una macchina termica a gas perfetto, operante tra due sorgenti a temperatura $T_1 = 500\,K$ e $T_2 = 200\,K$, esegue il ciclo indicato in figura. La trasformazione AB è isoterma reversibile a T_1, la BC è un'adiabatica irreversibile, la CD è un'isoterma reversibile a T_2, DA è un'adiabatica reversibile. Sapendo che $\frac{V_B}{V_A} = 2$ e $\frac{V_C}{V_D} = 2,3$, calcolare il rapporto tra i lavori eseguiti nei rami BC e DA, il rendimento del ciclo e il rendimento di una macchina di Carnot operante tra le stesse sorgenti.



Sol.: $\delta L_{BC} = \delta Q_{BC} - dU_{BC} = -dU_{BC} = -mc_v\,dT$

$$\Rightarrow L_{BC} = mc_v(T_B - T_C) = mc_v(T_1 - T_2)\ ;\ L_{DA} = mc_v(T_2 - T_1)$$

$\Rightarrow \frac{L_{BC}}{L_{DA}} = -1.$ Il rendimento η è $\eta = \frac{L_{TOT}}{Q_{ass}}.$

$$L_{TOT} = L_{AB} + L_{BC} + L_{CD} + L_{DA} = L_{AB} + L_{CD} = Q_{AB} + Q_{CD}$$

$$Q_{AB} = mRT_1 \ln\frac{V_B}{V_A}\ ,\ Q_{CD} = mRT_2 \ln\frac{V_D}{V_C} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L_{TOT} = mRT_1 \ln\frac{V_B}{V_A} + mRT_2 \ln\frac{V_D}{V_C}$$

$$Q_{ass} = Q_{AB} \Rightarrow \eta = \frac{T_1 \ln\frac{V_B}{V_A} + T_2 \ln\frac{V_D}{V_C}}{T_1 \ln\frac{V_B}{V_A}} = 0,52$$

per un ciclo di Carnot: $\eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 0,60.$

(nel ciclo di Carnot per le adiabatiche $TV^{\gamma-1} = cost.$)