

Tutorato 7 - AM1b
Giovedì 22 Aprile 2004
Fabrizio Araimo

1. Determinare $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ in modo che sia continua la funzione $f : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ definita nel modo seguente

$$f(x) = \begin{cases} x^\alpha \sin^2 x & \text{se } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ |x|^\beta \cos^2\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } -1 < x < 0 \end{cases}$$

2. Sia $x_0 \in \mathbb{R}$ e sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita nel modo seguente

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{se } x \leq x_0 \\ c & \text{se } x > x_0 \end{cases}$$

Determinare la relazione tra $a, b, c \in \mathbb{R}$ in modo che la funzione sia continua. Se tale relazione non fosse soddisfatta che tipo di discontinuità avrebbe f ?

3. Dire se le seguenti funzioni sono continue e, in caso contrario, classificarne gli eventuali punti di discontinuità. Nel caso di discontinuità eliminabili, estendere la funzione ad una funzione continua:

(a) $f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$

(b) $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Q} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$

(c) $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$

(d) $f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$

(e) $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$

(f) $f(x) = \frac{\sqrt{1+x}}{x}$

(g) $f(x) = \frac{1}{1 - \log |\cos x|}$