Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2002/2003
ALGEBRA 1
Prof. M. Fontana
Tutorato 11 - Andrea Cova (16 dicembre 2003)

1. Mediante l'Algoritmo Euclideo della Divisione, determinare MCD(f, g) ed una identità di Bézout per esso quando:
(a) $f := 9X^6 - 3X^5 - 18X^4 + 14X^2 + 12X + 4$;
$g := 3X^4 - X^3 - 6X^2 - 4X - 2$
sono polinomi di $\mathbf{Q}[X]$.
(b) $f := X^5 + 1$; $g := 3X^3 + 2$
sono polinomi di $\mathbf{Z}_5[X]$.

2. Determinare se i seguenti polinomi sono *irriducibili* in $\mathbf{Q}[X]$:
(a) $X^3 + 2X^2 + 4X + 2$; (b) $X^3 + 2X^2 + 2X + 4$; (c) $X^4 + X^2 + 1$.

3. Studiare la *riducibilità* in $\mathbf{Z}[X]$, $\mathbf{Q}[X]$, $\mathbf{R}[X]$, $\mathbf{C}[X]$ dei seguenti polinomi:
(a) $10X^2 - 2$; (b) $3X + 18$; (c) $X^4 - 121$ (d) $X^3 - 2X^2 + 3X - 6$.

4. Studiare la *riducibilità* in $\mathbf{Z}[X]$, $\mathbf{Q}[X]$, $\mathbf{R}[X]$, $\mathbf{C}[X]$ dei seguenti polinomi:
(a) $216X^2 - 2$; (b) $5X + 25$; (c) $X^4 - 49$.

5. (a) Stabilire se i seguenti polinomi di $\mathbf{Z}[X]$ sono *irriducibili* rispettivamente in $\mathbf{Z}[X]$, $\mathbf{Q}[X]$, $\mathbf{R}[X]$, $\mathbf{C}[X]$:
$f_1 := 5(X + 1)$; $f_2 := X^4 + 2X^3 + 2X^2 + 5X + 2$; $f_3 := 2X^4 + 5X^2 + 2$; $f_4 := X^2 + X + 3$; $f_5 := X^4 + 1$.
(b) Stabilire se i seguenti polinomi sono *irriducibili* in $\mathbf{Z}_{11}[X]$:
$g_1 := 3X^2 + 7X + 2$; $g_2 := X^3 + 10X^2 + 10X + 9$; $g_3 := X^2 + X + 1$; $g_4 := X^4 + 2X^3 + 2X^2 + 2X + 1$.

6. Determinare se i seguenti polinomi sono *irriducibili* rispettivamente in $\mathbf{Z}[X]$, $\mathbf{Q}[X]$:
(a) $f_1 := X^{25} - 17$; (b) $f_2 := 3X^8 + 3X + 2$; (c) $f_3 := 15X + 3$; (d) $f_4 := X^3 - X^2 + 3X - 3$;
(e) $f_5 := 2X^2 + 3X + 1$; (f) $f_6 := X^{18} + X^{17} + \ldots + X^2 + X + 1$.