

**Università degli studi di Roma Tre**  
**Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2002/2003**

**TN01 - Tutorato - Andrea Cova**

Mercoledì 26 marzo 2003

1. Determinare tutte le eventuali radici primitive di 25.
2. Calcolare una radice primitiva di 73.
3. Siano  $p$  e  $q$  primi dispari con  $q|a^p - 1$ . Dimostrare che  $q|a - 1$  oppure  $q = 2kp + 1$ .
4. Se  $p$  primo e  $\text{ord}_p(a) = 3$ , dimostrare che  $\text{ord}_p(a + 1) = 6$ .
5. Sia  $n \geq 3$ . Mostrare che, se esiste un intero  $a$  tale che  $\text{ord}_n(a) = n - 1$ , allora  $n$  deve essere un intero primo.
6. Determinare per quali valori di  $a, 0 \leq a \leq 12$ , la congruenza  $6X^8 \equiv a \pmod{13}$  è risolubile e calcolarne le soluzioni.
7. Determinare per quali valori di  $a, 0 \leq a \leq 10$ , la congruenza  $7X^5 \equiv a \pmod{11}$  è risolubile e calcolarne le soluzioni.
8. Determinare per quali valori di  $a$  la congruenza  $8X^5 \equiv a \pmod{17}$  è risolubile. Per ogni valore di  $a$  per il quale la congruenza è risolubile determinare le soluzioni  $\pmod{17}$ .
9. Determinare per quali valori di  $a$  la congruenza  $X^6 \equiv a \pmod{23}$  è risolubile e determinare, per ciascun valore di  $a$  per il quale è risolubile, le soluzioni  $\pmod{23}$ .
10. Determinare  $\text{ord}_n(a)$  per  $n = 15$  e  $a = 1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14$ .