Universitá degli Studi di Roma Tre - Dipartimento di Matematica
Corso di GE3 del Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2002/2003
Docente: Prof. M. Pontecorvo - Esercitatore: Dott. L. Di Marco - Tutori: L. Di Biagio, P. Tranquilli

Tutorato del 14/5/2003

8.1 Si consideri il piano topologico reale $\mathbb{R}^2$ e sia C la seguente curva affine di $\mathbb{R}^2$:

$$C := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 = x^2(x + 1)\}.$$

(i) Verificare che C con la topologia euclidea indotta non è una varietá topologica.

(ii) Si dimostri che $C - \{(0, 0)\}$ è una varietá topologica 1-dimensionale.

(Sugg. Per il punto (i) far vedere che esiste un punto di C tale che ogni suo intorno aperto non è omeomorfo ad un aperto di $\mathbb{R}$).

8.2 Sia $T^2 = \mathbf{S}^1 \times \mathbf{S}^1$ il toro 2-dimensionale (prodotto topologico di $\mathbf{S}^1$ per se stesso 2 volte). Dimostrare che T^2 è una varietá topologica.

8.3 Sia $L \subset \mathbb{R}^2$ l'insieme:

$$L := \{(x, 0);\ x \geq 0\} \cup \{(0, y);\ y \geq 0\}.$$

Sia L dotato della topologia indotta dal piano euclideo.

(i) Dimostrare che L è una varietá topologica 1-dimensionale.

(ii) Determinare un atlante di carte locali per L.