

GE2 - Tutorato VIII - Lunedì 25 novembre 2002

1. Sia \mathbb{E}^2 un piano euclideo con riferimento cartesiano standard Oe_1e_2 . Dire se le seguenti coniche non degeneri sono ellissi iperboli o parabole.
 - (a) $3X^2 - 8XY + 2Y^2 - 2X + 4Y - 16 = 0$
 - (b) $X^2 + 8XY + 16Y^2 - X + 8Y - 12 = 0$
 - (c) $52X^2 - 72XY + 73Y^2 - 32X - 74Y + 28 = 0$
 - (d) $XY - 1 = 0$

2. Sia \mathbb{E}^2 un piano euclideo con riferimento cartesiano standard Oe_1e_2 . Siano \mathcal{F} , \mathcal{G} , \mathcal{H} rispettivamente le curve di equazione $\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1$ (ellisse non degeneri a punti reali) ($a \geq b > 0$), $\frac{X^2}{a^2} - \frac{Y^2}{b^2} = 1$ (iperbole non degeneri) ($a > 0, b > 0$) $Y^2 - 2pX = 0$ (parabola non degeneri) ($p > 0$)
 - (a) Studiare la simmetria delle tre coniche rispetto all'origine, agli assi coordinati e alla retta $Y = X$.
 - (b) Dimostrare che se in \mathcal{F} $a = b$ allora la conica è simmetrica rispetto a qualsiasi retta passante per l'origine.
 - (c) Trovare tutti i centri di simmetria delle tre coniche.
 - (d) In \mathcal{F} trovare i fuochi e le intersezioni della curva con gli assi coordinati.
 - (e) In \mathcal{G} trovare i fuochi, gli asintoti e le intersezioni della curva con l'asse delle ascisse
 - (f) In \mathcal{H} trovare il vertice

3. Sia \mathbb{E}^2 un piano euclideo con riferimento cartesiano standard Oe_1e_2 . Trovare un'isometria che trasforma le seguenti coniche nella loro forma canonica e, se possibile, individuarne i fuochi, gli asintoti, il vertice, il centro e gli assi di simmetria.
 - (a) $X^2 + Y^2 + XY + X + Y - 1 = 0$
 - (b) $X^2 - Y^2 - 2X + 2Y - 1 = 0$
 - (c) $XY = 0$