

GE2 - Tutorato VII - Lunedì 18 novembre 2002

1. Sia \mathbb{E}^2 un piano euclideo con riferimento cartesiano standard Oe_1e_2 .
Siano $\mathcal{C}, \mathcal{F}, \mathcal{G}, \mathcal{H}$ le curve algebriche definite rispettivamente dalle equazioni
 $X^2 + Y^2 + 1 = 0$, $X^2 + Y^2 + 2 = 0$, $X - Y = 0$, $Y - X = 0$

Rispondere ai seguenti quesiti:

- (a) \mathcal{C} e \mathcal{F} sono la stessa curva?
 - (b) \mathcal{G} e \mathcal{H} sono la stessa curva?
 - (c) \mathcal{C} e \mathcal{F} hanno lo stesso supporto?
 - (d) \mathcal{C} e \mathcal{F} sono congruenti?
 - (e) Siccome l'identità, che è una particolare isometria, non trasforma l'equazione di \mathcal{G} nell'equazione di \mathcal{H} allora \mathcal{G} e \mathcal{H} non sono congruenti tramite l'identità, cioè non sono la stessa curva. Questo ragionamento è giusto o sbagliato?
2. Sia \mathbb{E}^2 un piano euclideo con riferimento cartesiano standard Oe_1e_2
- (a) Scrivere le equazioni delle seguenti isometrie: simmetria rispetto all'origine, simmetrie rispetto agli assi coordinati, simmetria rispetto alla retta r di equazione $X - Y = 0$
 - (b) Stabilire quali delle seguenti coniche sono simmetriche rispetto all'origine, agli assi coordinati o alla retta r :
 - i. $XY + Y^2 - Y = 0$
 - ii. $1 + X^2 + Y^2 = 0$
 - iii. $X + Y + XY = 0$
 - iv. $aX^2 + XY + aY^2 = 0 \forall a \in \mathbb{R}$
3. Sia \mathbb{E}^2 un piano euclideo con riferimento cartesiano standard Oe_1e_2 .
Per ognuna delle seguenti coniche euclidee determinare un'isometria DIRETTA che le trasforma in forma canonica, e la forma canonica ottenuta.
- (a) $3X^2 - 10XY + 3Y^2 + 14X - 2Y + 3 = 0$
 - (b) $7X^2 - 48XY + 7Y^2 + 20X - 110Y - 50 = 0$
 - (c) $X^2 - 4XY + 4Y^2 - 6X - 8Y + 5 = 0$
 - (d) $11X^2 + 4XY + 14Y^2 - 4X - 28Y + 3 = 0$