

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2002/2003  
FM3 - Meccanica lagrangiana e hamiltoniana

SECONDA PROVA DI ESONERO (12-06-03)

ESERCIZIO 1. Enunciare e dimostrare il teorema di Noether.

ESERCIZIO 2. Si consideri la trasformazione

$$\begin{cases} Q = q^2 + qp(t+1), \\ P = \sin q + f(q, t), \end{cases}$$

dove  $f(q, t)$  è una funzione di classe  $C^2$  in qualche dominio  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2$ .

(2.1) Verificare che è possibile determinare la funzione  $f(q, t)$  e il dominio  $\mathcal{D}$  in modo tale che la trasformazione sia canonica.

(2.2) Si trovi una funzione generatrice.

ESERCIZIO 3. Discutere la canonicità di una trasformazione in termini delle parentesi di Poisson.

ESERCIZIO 4. Sia dato il sistema meccanico conservativo descritto dalla lagrangiana

$$\mathcal{L}(q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2) = \frac{1}{2}\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}\frac{\dot{q}_2^2}{1+q_1^2} - (1+q_1^2)(q_1^2 + q_2^2 - 1).$$

(4.1) Si trovi la hamiltoniana.

(4.2) Si scriva l'equazione di Hamilton-Jacobi, e la si integri per separazione di variabili.

(4.3) Si determinino le variabili d'azione, ove possibile.

(4.4) Si determinino le frequenze del sistema come integrali definiti.