

ICA - Tutorato VII

Martedì 20 novembre 2001

1. Applicare il teorema di Lagrange per dimostrare le seguenti relazioni:
 - $\log(1+x) \leq x$
 - $\sin x_2 - \sin x_1 \leq (x_2 - x_1)$
2. Il polinomio $f(x) = x^3 + ax^2 - x + a$ si annulla per $x = -1$ e per $x = 1$. Trovare al variare di a la radice di f' di cui si parla nel teorema di Rolle.
3. Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 3 delle seguenti funzioni:
 - $\cos x$ in $x_0 = 0$
 - $\log x$ in $x_0 = 1$
4. Calcolare i seguenti limiti utilizzando sia il metodo di De l'Hopital che l'approssimazione con polinomi di Taylor di grado sufficientemente alto:
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin x}{x - \sin x}$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x - 1)}{\sin^2 x}$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x}$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x \ln \cos x}$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^4 (\sin x^2 - \sin^2 x)}{1 - \cos x^4}$
5. * Supponiamo che un bel ragazzo (o una bella ragazza) in ascensore vi chieda di approssimare a meno di un centesimo il valore di $\log \frac{3}{2}$; che argomenti utilizzereste per far colpo su di lui (o su di lei)?
(Suggerimento: utilizzate il polinomio di Taylor di $\log(x+1)$).