

Tutorato V - Martedì 30 ottobre 2001

1. Verificare, utilizzando la definizione di limite, che:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x+2} = 2$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 + (x-1) \sin \frac{1}{x-1} - 2x + 1 = 0$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 1} x + 1 + \cos(x-1) = 3$

2. Calcolare i seguenti limiti:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \alpha x)^{1/x} \quad \forall \alpha \in \mathbb{R}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$
- (e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$
- (f) $\lim_{x \rightarrow 0} (\ln(\tan^4 x + 1))(e^{2 \sin^4 x} - 1)^{-1}$
- (g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x + \ln(1+x)}{e^x - 1}$
- (h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin x}{\ln x}$
- (i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}}$
- (j) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \cos x}{4x - \sin x}$
- (k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi \cos x)}{x \sin x}$
- (l) $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x^2)^{1/\log_5 x^2}$

3. (a) Determinare il dominio della funzione

$$f(x) = \frac{n + 2^{1/x}}{3 + 2^{1/x}}$$

Per quali $n \in \mathbb{N}$ $f(x)$ è continua sul suo insieme di definizione ?
Per quali $n \in \mathbb{N}$ $f(x)$ può essere estesa ad una funzione continua su tutto \mathbb{R} ?

(b) Sia $f(x) =$

$$\begin{cases} \frac{A^x - 1}{x} & (x > 0) \\ \log_\pi(1 - x) & (x \leq 0) \end{cases}$$

con $A > 0$. Determinare dominio e codominio di $f(x)$ e dire se $f(x)$ è continua.