

Università degli Studi di Roma Tre

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2001/2002

Tutorato GE4 - 4/12/2001

Esercizio 0.1. *Dimostrare che l'Elicoide, cioè la superficie (es.3 p.94)*

$$x(u, v) = (v \cos u, v \sin u, u) \quad \text{con } u \in (0, 2\pi), v \in \mathbb{R}$$

è una superficie minima cioè la sua curvatura Media è costante e uguale a 0.

Notare che l'Elicoide NON è una superficie di rotazione.

Come sono fatte le curve intersezione con i piani orizzontali?

Esercizio 0.2. *Dimostrare che l'Iperboloide a una falda (p.189, fig.3-34) cioè la superficie $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ ha solo punti iperbolici.*

Per questo viene anche chiamato Iperboloide iperbolico.

Esercizio 0.3. *Calcolare la curvatura di Gauss del Toro di rotazione $z^2 = r^2 - (\sqrt{x^2 + y^2} - a)^2$ che si ottiene facendo ruotare attorno all'asse z la circonferenza contenuta nel piano xz di centro il punto $(a, 0)$ e raggio r con $r < a$.*

Notare che il parallelo inferiore e il parallelo superiore sono costituiti da punti parabolici, darne una spiegazione geometrica.

Notare che ci sono sia punti ellittici che iperbolici.