I Tutorato di GE2 A.A. 2001-2002

13 novembre 2001

Per ciascuna delle funzioni $f : V \times V \longrightarrow K$, dove K è un campo e V un K-spazio vettoriale, stabilire se si tratta di una forma bilineare e, nel caso lo sia, stabilire se è simmertica, trovarne la matrice associata (quando possibile) e trovare tutti i vettori $\mathbf{x} \in V$ tali che $f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0 \ \forall \mathbf{y} \in V$.

1. $V = \mathbb{R}^n$; $K = \mathbb{R}$
   $$f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^{n} x_i \, |y_i|$$
2. $$f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \left| \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \right|$$
3. $$f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} y_i \right)$$
4. $$f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 y_i^2}$$
5. $$f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^{n} (x_i + y_i)^2 - \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i^2$$
6. $V = \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$; $K = \mathbb{C}$
   $f(A, B) = \det(A \cdot B)$
7. $V = \mathcal{C}([0, 1],)$; $K = \mathbb{R}$
   $$f(g, h) = \int_0^1 g(x) h(x) dx$$