DIDATTICA GUIDATA GE2: GEOMETRIA EUCLIDEA ED AFFINE

Esercizio 1. *Trovare le coniche passanti per i punti* $p_1 = (1,1)$, $p_2 = (-1,1)$, $p_3 = (-1,-1)$, $p_4 = (1,-1)$, $p_5 = (2,0)$. *Quante coniche passano per* p_1, p_2, p_3, p_4*? Quante coniche passano per i punti* p_1, p_2, p_3, p_4 *e* $p_6 = (0,1)$*?*

*(*Suggerimento. *L'equazione di una conica è del tipo*

$$F(x,y) = ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f.$$

Chiaramente almeno uno dei coefficienti a, b, c, d, e, f *è diverso da zero. Supporre ad esempio che sia* $a \neq 0$ *e procedere con un conto di paramentri. Per rispondere al primo quesito considerare il fascio di coniche generato dalle coniche*

$$C' = l_{12} + l_{34}$$

e

$$C'' = l_{13} + l_{24}$$

dove l_{ij} *è la retta passante per i punti* p_i *e* p_j*. Dimostrare che questo fascio è il fascio delle coniche passanti per i punti* p_1, p_2, p_3, p_4*.)*

Esercizio 2. *Nello spazio euclideo ordinario trovare la retta* r *per i punti* $p_0 = (-1,0,2)$ *e* $p_1 = (2,1,1)$*. Trovare il piano* π *contenente* r *e parallelo alla retta* r' *di equzioni cartesiane* $x + y - 2z - 1 = x + 3z - 8 = 0$*. Calcolare poi* $d(p_2, \pi)$ *dove* $p_2 = (1,0,4)$*.*

*(*Suggerimento. *Considerare il fascio di piani per* r *e imporre la condizione di parallelismo con* r'*.)*

Esercizio 3. *Sia fissato uno spazio affine. Consideriamo i piani* π_1, π_2, π_3 *di equazioni* $x + y + z = 2$*,* $2x + z = 3$*, e* $-x + 3y + 2z = 1$ *rispettivamente. Siano inoltre* Π_1, Π_2, Π_3 *i piani di equazioni* $x - 3y = -1$*,* $3x + 2y - z = 7$*, e* $y + 5z = 6$ *rispettivamente. Dimostrare che esiste una affinita dello spazio che manda* π_j *in* Π_j*, per ogni* j*.*