TUTORATO GE1

Mercoledi 24 aprile 2002

1. Calcolare il determinante delle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 5 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 & 0 \\ 8 & 6 & 3 & 0 \\ 0 & 9 & 7 & 4 \end{pmatrix} \qquad F = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad H \begin{pmatrix} 3 & 103 & 106 \\ 4 & 1 & 5 \\ 25 & 14 & 39 \end{pmatrix}$$

$$I = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 8 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{J = BCDH}$$

2. Mostrare che $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 7 & 7 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix} = 3D \text{ -}\det \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

3. (a) Sia A una matrice $n \times n$. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Quanto vale $\det(\alpha A)$?

   (b) Sia A una matrice a coeff. interi tale che la su inversa è a coeff. interi. Quanto vale $\det(A)$?

4. Discutere, al variare del parametro reale $m \in \Re$, la risolubilità dei seguenti sistemi lineari:

$$\begin{cases} 2X + 3Y - Z = m - 1 \\ X + 4Y + mZX = 2 \\ (m+1)X - Y - Z = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} X - m^2Y - Z = 0 \\ 3X - mZ = 0 \\ -(m^2-1)X + Y + 3Z = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2X + mY + mZ = 1 \\ mX + 2Y + mZ = 1 \\ mX + mY + 2Z = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} mY + 3Z = -1 \\ mX - Y + 7Z = -2 \\ X - Y + mZ = 0 \\ mX - 2Z = m \end{cases}$$

5. Calcolare il determinante della seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & n \\ 2 & 3 & \cdots & n+1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n+1 & n+2 & \cdots & 2n \end{pmatrix}$$