Esonero FM3 del 27-3-2002

Prof. F. Martinelli

Regole da osservare: non si possono consultare libri, appunti o altro. Risolvere quanti piu' esercizi é possibile..

1) Per un sistema meccanico con N punti materiali in R^d e s vincoli olonomi, spiegare:
   a) la varietà vincolare e le coordinate libere o Lagrangiane
   b) che cosa si intende per vincoli ideali
   c) il ruolo dell'idealità del vincolo nella deduzione delle equazioni di Eulero–Lagrange.

2) Illustrare e risolvere le piccole oscillazioni per un sistema olonomo nell'intorno di un punto di equilibrio.

3) Illustrare con un esempio significativo e dimostrare il teorema di Noether.

4) Nel piano verticale xy due punti materiali P_1 e P_2 di massa m sono vincolati a muoversi senza attrito sulla curva $y = x^2$ il primo e mantenendo la distanza da P_1 fissa e uguale a L il secondo. Sul sistema agisce solo la forza peso oltre, naturalmente, alle reazioni vincolari. Scrivere la Lagrangiana del sistema in opportune coordinate, trovare un punto di equilibrio stabile e discutere le piccole oscillazioni attorno ad esso. Se la curva $y = x^2$ fosse stata invece $y = x^4$ avrei potuto fare un'analisi simile ?

5) Un punto materiale di massa m si muove in R^3 sotto l'azione della forza centrale $\vec{F}(\vec{r}) = -k\hat{r}$, $k > 0$. Discutere il moto della particella