

Corso di laurea in Matematica
Sistemi dinamici – Primo Modulo

PROVA D'ESAME DEL 18-01-2000

ESERCIZIO. Sia dato il sistema dinamico planare

$$\begin{cases} \dot{x} = 2y - 1 - 2e^{-x^2}, \\ \dot{y} = -4xe^{-x^2}(y - 1). \end{cases}$$

- (1) Trovare una costante del moto $H(x, y)$.
- (2) Determinare i punti d'equilibrio.
- (3) Discuterne la stabilità.
- (4) Studiare qualitativamente le curve di livello.
- (5) Dimostrare che la traiettoria con dato iniziale $(\bar{x}, \bar{y}) = (0, 3/2 + \sqrt{2}/3)$ è periodica.
- (6) Scrivere esplicitamente il periodo della traiettoria trovata al punto (5) come integrale definito.