

**Corso di laurea in Matematica**  
**FM1 - Equazioni differenziali e meccanica**

SCRITTO (01-07-2002)

ESERCIZIO. Si consideri un punto materiale di massa  $m = 1$  soggetto a una forza centrale di energia potenziale

$$V(\rho) = \rho^2 - \frac{\beta}{\rho^6},$$

con  $\beta \in \mathbb{R}$ . Si discuta il moto della variabile  $\rho(t)$ , rispondendo alle domande seguenti al variare dei parametri  $\beta$  e  $L$ , se  $L$  è il modulo del momento angolare del sistema.

- (1) Scrivere l'equazione del moto e il sistema dinamico associato.
- (2) Determinare i punti d'equilibrio e discuterne la stabilità.
- (3) Disegnare il grafico del potenziale efficace.
- (4) Analizzare qualitativamente le orbite nel piano  $(\rho, \dot{\rho})$ .
- (5) Determinare le traiettorie periodiche nel piano  $(\rho, \dot{\rho})$ .
- (6) Discutere le condizioni sotto le quali in generale il moto complessivo del sistema è periodico.