PRIMO ESONERO DI CP1 A.A. 2001-2002

PROF. F. MARTINELLI

Esercizio 1 Due insiemi A e B sono estratti con rimpiazzo a caso (ossia con distribuzione uniforme) dall'insieme di tutti i sottoinsiemi di $S := \{1, 2, \ldots, N\}$. Calcolare $\mathbb{P}(A \cap B = \emptyset)$.

Esercizio 2 Tre amiche A, B, C giocano a dadi e una partita consiste in un lancio di un dado non truccato. A vince se esce un numero pari minore di 4, B vince se esce un numero dispari minore di 4 mentre se esce 6 vince C. In tutti gli altri casi la partita è pari.

(i) Sapendo che solo dopo n partite si è avuta una vincitrice calcolare la distribuzione del numero di 5 nelle prime n partite.
(ii) Calcolare la probabilità che la vincitrice del gioco sia A.
(iii) Calcolare la media del numero di partite necessarie per avere una vincitrice.

Esercizio 3 Un'urna contiene 4 palline bianche e 6 nere. Una pallina è scelta a caso e rimessa nell'urna insieme ad altre 3 palline del suo stesso colore. Una seconda pallina viene ora estratta a caso.

(i) Sapendo che la seconda pallina estratta è bianca calcolare la probabilità che la prima pallina fosse nera.
(ii) Dimostrare che gli eventi $\{$la prima pallina è nera$\}$ e $\{$la seconda pallina è nera$\}$ non sono indipendenti.

Esercizio 4 Ogni settimana un giocatore compra un biglietto di una lotteria. La probabilità di vincere è uguale a $1/100$ e la vincita consiste di 100 Euro. Approssimativamente qual'è la probabiltà di vincere più di 3 volte in un anno ? Se x è il costo del biglietto, in media quanti soldi avrà il giocatore alla fine dell'anno ?

Esercizio 5 Un dado viene lanciato n volte. Siano X, Y, Z il numero delle volte in cui la faccia del dado è un numero compreso (estremi inclusi) tra 1 e 2, tra 3 e 4, tra 5 e 6 rispettivamente.

(i) Calcolare la distribuzione congiunta di X, Y e Z.
(ii) Calcolare la marginale di X.
(iii) Calcolare la distribuzione di $X + Y$.
(iv) Calcolare il valore medio di X e di XY.
(v) Stimare la probabilità che $X + Y > 0.8\, n$

Esercizio 6

(i) Se $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ è una successione di eventi crescenti e $A := \cup_{n=1}^{\infty} A_n$ dimostrare che $\mathbb{P}(A) = \lim_{n\to\infty} P(A_n)$.
(ii) Enunciare e dimostrare il teorema sull'approssimazione della binomiale con un'opportuna legge di Poisson.

E-mail address: martin@mat.uniroma3.it

Date: April 9, 2002.