

## ESAME DEL 17 LUGLIO 2002

PROF. F. MARTINELLI

### Esercizio 1.

- i) Una popolazione di  $N$  individui può essere divisa in 3 gruppi con  $N_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ . individui ciascuno e tali che  $N_1 + N_2 + N_3 = N$ . Calcolare la probabilità che in un'estrazione a caso con rimpiazzo di  $n$  individui,  $k_i$  appartengano al gruppo  $i^{mo}$ ,  $i = 1, 2, 3$ , con  $k_1 + k_2 + k_3 = n$ .
- ii) Da un mazzo di 52 carte calcolare la probabilità di estrarre 5 carte dello stesso seme.

**Esercizio 2.** La vittoria di una partita di tennis è assegnata al giocatore che per primo vince 3 sets. Assumendo che il giocatore  $A$  vinca un dato set con probabilità  $p \in (0, 1)$  indipendentemente dai sets precedenti, calcolare

- i) per  $i = 3, 4, 5$  la probabilità che  $A$  vinca la partita in  $i$  sets;
- ii) sapendo che  $A$  ha vinto la partita la probabilità che la partita sia durata 3 sets;

**Esercizio 3.** Siano  $X_1, X_2$  variabili indipendenti uniformi su  $(0, 1)$ . Calcolare la densità di probabilità di  $Y := 2X_1 + X_2$ .

**Esercizio 4.** Due persone,  $A$  e  $B$ , arrivano in un dato luogo tra le 12.00 e le 12.30. Se  $A$  arriva per primo non si ferma mentre  $B$ , se non vede  $A$  entro 5 min. dal suo arrivo, se ne va anche lei. Assumendo che i tempi di arrivo di  $A$  e  $B$  siano indipendenti e distribuiti uniformemente, calcolare la probabilità che  $A$  e  $B$  si incontrino.

**Esercizio 5.** Siano  $T_1$  e  $T_2$  due variabili esponenziali di parametro  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ . Sia  $T_{\min}$  il minimo tra  $T_1$  e  $T_2$  e sia  $X$  la variabile che vale 1 se  $T_{\min} = T_1$  e 2 altrimenti.

- i) Calcolare la distribuzione di  $X$ .
- ii) Mostrare che  $X$  e  $T_{\min}$  sono indipendenti.
- iii) Come si può generalizzare a  $n$  variabili esponenziali indipendenti?

**Esercizio 6.** Discutere, illustrando con esempi e giustificando le affermazioni fatte, due tra i seguenti.

- (i) Distribuzione binomiale e sue approssimazioni.
- (ii) Distribuzione ipergeometrica.
- (iii) Disuguaglianza di Markov e di Chebyshev.
- (iv) Distribuzioni congiunte e distribuzioni marginali.
- (v) Teorema ergodico per catene di Markov.

*E-mail address:* martin@mat.uniroma3.it