

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2001/2002
ALGEBRA 2 - Gruppi e Anelli
Lavoro guidato (a cura di Giampaolo Picozza)
Giovedì 18 ottobre

1. Sia $A = \mathbb{Q}[x]/I$, dove $I = (x^2 - 5x + 6)$. Determinare:
 - (i) se I è primo;
 - (ii) se I è massimale;
 - (iii) se $(x - 1) + I \in A$ è invertibile e, in caso affermativo, calcolarne l'inverso.
 - (iv) se $(x - 3) + I$ è invertibile in A .
2. Sia $A = \mathbb{Q}[x]/I$, dove $I = (x^2 - 2)$:
 - (i) determinare se I è primo;
 - (ii) determinare se I è massimale;
 - (iii) trovare un sottocampo di \mathbb{C} isomorfo ad A ;
 - (iv) sia $f(y) = y^2 - 2 \in A[y]$. Determinare se $f(y)$ è riducibile su A .
3. Sia $A = \mathbb{R}[x]/(x^2 + 1)$. Determinare un sottocampo di \mathbb{C} isomorfo ad A .
4. Sia $A = \mathbb{Z}_3[x]/I$, dove $I = (x^2 + \bar{2})$:
 - (i) determinare se I è primo;
 - (ii) determinare se I è massimale;
 - (iii) determinare tutti gli elementi di A e stabilire quali sono invertibili e quali zero-divisori.
5. Sia $A = \mathbb{Z}_3[x]/I$, dove $I = (x^2 + \bar{1})$:
 - (i) determinare se I è primo;
 - (ii) determinare se I è massimale;
 - (iii) determinare tutti gli elementi di A e stabilire quali sono invertibili e quali zero-divisori.