Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea Triennale in Matematica, a.a. 2001/2002
AL1 - Algebra 1, fondamenti
Tutorato
Mercoledi 19 dicembre

1. Stabilire quali dei seguenti polinomi sono irriducibili in $\mathbb{Q}[X]$:

1. $f(X) = X^3 + 6X^2 - 9X + 3$
2. $g(X) = X^3 + 2X^2 + 2X + 4$.

2. Sia
$$h(X) = X^4 + 6X^3 + 12X^2 + 12X + 7 \in \mathbb{Z}[X];$$
determinare un numero intero α in modo tale che per $h(X - \alpha)$ si possa applicare il criterio di Eisenstein.

3. Decomporre i seguenti polinomi in fattori irriducibili in $\mathbb{Z}[X]$:

1. $f(X) = X^4 - 4X^2 + 2X - 1$
2. $g(X) = 3X^4 - 7X^3 - 13X^2 + 35X - 10$.

4. Sia $\theta = \frac{2\pi}{5}$.

1. Verificare che $\cos 2\theta + \cos \frac{\theta}{2} = 0$.
2. Provare che $\cos\theta$ è una radice del polinomio
$$2(4X^4 - 4X^2 + 1) - X - 1.$$
3. Decomporre in fattori irriducibili in $\mathbb{Z}[X]$ il polinomio
$$8X^4 - 8X^2 - X + 1$$
e dedurne che $\cos\theta$ è una radice di un polinomio di secondo grado a coefficienti in $\mathbb{Z}$.
4. Determinare $\cos\theta$.