

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea Triennale in Matematica, a.a. 2001/2002
AL1 - Algebra 1, fondamentali
Tutorato
Mercoledì 12 dicembre

1. Trovare tutti i numeri primi dispari p per i quali $X - 2$ è un fattore di $X^4 + X^3 + X^2 - X + 1$ in $\mathbb{Z}_p[X]$.
2. Trovare tutte le radici di:
 1. $f(X) = X^2 + 1$ in $\mathbb{Z}_2[X]$
 2. $g(X) = X^3 + 2X + 2$ in $\mathbb{Z}_7[X]$
 3. $f(X)g(X)$ dove $f(X) = X^3 + X^2 + 5$ e $g(X) = 3X^2 + 2X$ in $\mathbb{Z}_7[X]$;
3. Decomporre i seguenti polinomi in fattori irriducibili in $\mathbb{R}[X]$ e $\mathbb{C}[X]$:
 1. $f(X) = 4X^2 + 20$
 2. $g(X) = X^4 - X^3 - 5X^2 - X - 6$
 3. $h(X) = X^5 - 1$.
4. Decomporre i seguenti polinomi in fattori irriducibili:
 1. $f(X) = 2X^3 + X^2 + 2X + 2$ in $\mathbb{Z}_5[X]$
 2. $g(X) = X^3 + 2X^2 + 2X + 1$ in $\mathbb{Z}_7[X]$
 3. $h(X) = 2X^3 + 3X^2 - 7X - 5$ in $\mathbb{Z}_{11}[X]$
 4. $\phi(X) = X^4 + 3X^3 + 2X + 4$ in $\mathbb{Z}_5[X]$.
5. Sia p un numero primo; provare che per ogni $a \in \mathbb{Z}_p$ il polinomio $X^p + a$ non è irriducibile in $\mathbb{Z}_p[X]$.