

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea Triennale in Matematica, a.a. 2001/2002
AL1 - Algebra 1, fondamenti
Tutorato

Mercoledì 26 settembre

1. Sia $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 3 \leq x \leq 20\}$. Siano $B = \{x \in A \mid x = 2n \text{ con } n \in \mathbf{N}\}$ e $C = \{x \in A \mid x = 7m \text{ con } m \in \mathbf{N}\}$.

Determinare $B \cup C$, $B \cap C$, $B - C$ e $B \times C$.

2. Provare che per A , B e C insiemi qualsiasi si ha che

$$A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C).$$

3. Provare che $A \Delta B = \emptyset$ se e solo se $A = B$.

4. Siano $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid 3x^3 + 2x^2 - 7x + 2 = 0\}$ e $B = \{y \in \mathbf{Z} \mid y^2 - 8 + 7 = 0\}$.

Determinare $\mathcal{P}(A)$ e $A \times B$.

5. Siano $R^+ = \{r \in \mathbf{R} \mid r > 0\}$ e $N^+ = \{n \in \mathbf{N} \mid n > 0\}$; per ogni $r \in \mathbf{R}^+$ e per ogni $n \in \mathbf{N}^+$ siano $T_r = \{x \in \mathbf{R} \mid -\frac{1}{r} \leq x \leq \frac{1}{r}\}$ e $R_n = \{x \in \mathbf{R} \mid -\frac{1}{n} < x \leq n\}$.

Determinare

$$\bigcap_{r \in \mathbf{R}^+} T_r$$

$$\bigcup_{n \in \mathbf{N}^+} R_n$$

$$\bigcap_{r \in \mathbf{N}^+} R_n$$

6. (i) Siano $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid x = 12n \text{ con } n \in \mathbf{Z}\}$ e $B = \{x \in \mathbf{Z} \mid x = 18m \text{ con } m \in \mathbf{Z}\}$. Determinare $A \cap B$.

(ii) Siano r ed s numeri naturali positivi. Sia $A_r = \{x \in \mathbf{Z} \mid x = rn \text{ con } n \in \mathbf{Z}\}$ e $A_s = \{x \in \mathbf{Z} \mid x = sm \text{ con } m \in \mathbf{Z}\}$. Determinare $A_r \cap A_s$.

7. Siano $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid x^2 - 8x + 7 \leq 0\}$ e $B = \{x \in \mathbf{Z} \mid x - 3 \geq 0\}$. Determinare $A \Delta B$.

8. Stabilire se per A , B e C insiemi qualsiasi è vero che

(i) $(A - B) - C = A - (B - C)$

(ii) $(A - B) - C = A - (B \cap C)$.