

**Università degli studi di Roma Tre**  
**Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2001/2002**  
**Algebra 1- Lavoro Guidato - Dr. Francesca Tartarone**  
Lunedí 29 ottobre

1. Mostrare che se  $x \in \mathbb{N}$ , allora  $x < 1$  se e solo se  $x = 0$ .

2. Mostrare che in  $\mathbb{Z}$  valgono le seguenti proprietà :

- (1)  $0|b \Leftrightarrow b = 0$ ;
- (2)  $a|0, \quad \forall a \in \mathbb{Z}$ ;
- (3)  $1|a, \quad \forall a \in \mathbb{Z}$ ;
- (4)  $a|a, \quad \forall a \in \mathbb{Z}$ ;
- (5)  $a|b \Leftrightarrow ac|bc, \quad \forall c \in \mathbb{Z}$ ;
- (6)  $a|1 \Leftrightarrow a = \pm 1$ ;
- (7)  $a|b, b|c \Rightarrow a|c$ ;
- (8)  $c|a, c|b \Rightarrow c|(\alpha a + \beta b), \forall \alpha, \beta \in \mathbb{Z}$ ;
- (9)  $a|b, b|a \Rightarrow a = \pm b$ .

3. Mostrare che presi  $a, b, c \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ , allora:

- (1)  $\text{MCD}(a, \text{MCD}(b, c)) = \text{MCD}(a, b, c) = \text{MCD}(\text{MCD}(a, b), c)$ ;
- (2)  $\text{MCD}(a, 1) = 1$ ;
- (3)  $\text{MCD}(ab, ac) = |a|\text{MCD}(b, c)$ ;
- (4)  $\text{MCD}(a, b) = 1 \Rightarrow \text{mcm}(a, b) = |ab|$ ;
- (5)  $\text{mcm}(a, b) = b \Leftrightarrow a|b \Leftrightarrow \text{MCD}(a, b) = a$ ;

4. Scrivere:

- (1) 10 in base 2;
- (2) 101 in base 2;
- (3) 2145 in base 7;
- (4) 1704 in base 12;
- (5) 5698 in base 6.