

# FM3 Istituzione di Fisica Matematica (1<sup>o</sup> Modulo)

A.A. 1998/1999

Enza Orlandi

## 1. Introduzione alle equazioni della Fisica Matematica

Presentazione delle equazioni di Eulero come leggi di conservazione.

Teorema della divergenza e identità di Green. Equazione di Laplace, del calore, delle onde. Problemi ben posti.

*Bibliografia:* Capitolo VI della referenza [1]. Un libro classico sulla dinamica dei fluidi è [1] L.D. Landau, E. M. Lifshitz, *Fluid Mechanics*, Addison-Wesley, Reading Mass. (1959).

## 2. Teoria ed Applicazioni delle equazioni lineari e quasi lineari del primo ordine

Equazioni quasi lineari del primo ordine, metodi di soluzione. Esempi.

Il problema ai valori iniziali per equazioni lineari e quasi lineari del primo ordine. Esistenza ed unicità delle soluzioni. Esempi di non esistenza e non unicità. Sviluppo di “shocks”.

*Bibliografia:* Capitolo III della referenza [1]. Capitoli I e II di [3].

## 3. Equazioni lineari: caratteristiche e forma canonica

Operatori differenziali lineari, loro curve e superfici caratteristiche. Esempi di curve e superfici caratteristiche.

Classificazione e forma canonica delle equazioni del secondo ordine.

*Bibliografia:* Capitolo V della referenza [1].

## 4. Equazione di Laplace

Funzioni armoniche elementari, invarianza rispetto a cambi di variabili. Teorema del valor medio. Proprietà di massimo e minimo. Regolarità delle funzioni armoniche. Teorema di Liouville.

Equazione di Laplace in un dominio limitato con condizioni al bordo. Esistenza, unicità, dipendenza continua dai dati iniziali.

Un teorema di rappresentazione per funzioni “regolari” e sue conseguenze.

Metodo per separazione di variabili. Serie di Fourier. Equazione di Laplace su intervalli, rettangoli, cubi, dischi con differenti condizioni al bordo.

La funzione di Green. Soluzione del problema di Dirichlet tramite la funzione di Green.

Il problema di Dirichlet in domini non limitati. Determinazione della funzione di Green con il metodo delle cariche immagine (esempi semplici).

Soluzione del problema di Neumann con funzione di Green.

*Bibliografia:* Capitolo VII della referenza [1] e paragrafi 2.2.1, 2.2.2, 2.2.3 di [2].

### 5. L'equazione del calore

Soluzione fondamentale. Soluzione del problema di Cauchy in  $\mathbf{R}^d$  omogeneo e non omogeneo. Unicità, dipendenza continua dai dati iniziali, regolarità della soluzione. Principio di massimo e minimo e sue conseguenze. Soluzione di problemi con dati iniziali non omogenei in intervalli, rettangoli, cubi, dischi con differenti condizioni al bordo. (separazioni di variabili)

*Bibliografia:* Capitolo IX della referenza [1] e paragrafo 2.3.1 (pag.43-50) di [2].

### 6. L'equazione delle onde

Alcune soluzioni dell'equazione delle onde. Onde piane e sferiche. Il problema ai valori iniziali. Caratteristiche.

Il metodo dell'energia. Unicità del problema ai valori iniziali, dominio di dipendenza e di influenza.

Soluzione del problema ai valori iniziali. Il metodo della discesa, formule di Kirchoff, di Poisson e di D'Alembert.

Discussione della soluzione del problema ai valori iniziali. Principio di Huygens, diffusione delle onde.

Propagazione delle onde in regioni con frontiera. Unicità della soluzione del problema al contorno e ai valori iniziali. Riflessioni di onde. Vibrazioni in regioni finite, metodo per separazione di variabili.

*Bibliografia:* Capitolo VIII della referenza [1]

## TESTI CONSIGLIATI

- [1] L.D. LANDAU, E. M. LIFSHITZ, *Fluid Mechanics*. Addison-Wesley, Reading Mass., (1959).
- [2] E.C. ZACHMANOGLU, D.W. THOE, *Introduction to Partial Differential Equations with Applications*. 1 Dover, Inc., New York, (1986).
- [3] EVANS, *Partial Differential Equations*. Dispense date a lezione,
- [4] F. JOHN, *Partial Differential Equations*. Springer Verlag, (1975).

## BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [5] H. F. WEINBERGER, *A First course in Partial Differential Equations*. Blaisdell Publishing Company, (1965).

## MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO

Le tesine sono scelte dallo studente nell'ambito del programma svolto e la loro discussione sostituisce la prova orale.