GE5 Elementi di topologia algebrica e differenziale
A.A. 2009/2010

Prof. Angelo Felice Lopez

Rivestimenti. Sollevamenti di applicazioni continue, unicità. Sollevamenti di archi ed omotopie. Teorema di Monodromia. Iniettività di p_* se p è un rivestimento. Azione del gruppo fondamentale sulle fibre di un rivestimento. Corrispondenza tra gli elementi di una fibra di un rivestimento e le classi laterali del sottogruppo immagine. Spazi localmente connessi per archi. Caratterizzazione dell'esistenza di sollevamenti di applicazioni continue in termini di sottogruppi. Caratterizzazione dei rivestimenti in termini di sottogruppi. Rivestimento universale e sue proprietà: unicità, universalità. Condizioni necessarie e sufficienti per l'esistenza del rivestimento universale, spazi localmente semplicemente connessi. Esistenza del rivestimento universale con dato sottogruppo immagine. Corrispondenza di Galois tra rivestimenti e sottogruppi. Omologia Singolare. Proprietà funtoriali ed invarianza topologica dell'omologia. Omologia e componenti connesse per ar! chi, 0-omologia, omologia del punto. Invarianza omotopica dell'omologia. Omologia di spazi contraibili. Omologia e gruppo fondamentale, omomorfismo di Poincaré, il primo gruppo di omologia è l'abelianizzato del gruppo fondamentale. Il primo gruppo di omologia delle sfere e del g-toro. Algebra Omologica. Complessi di gruppi abeliani e loro omologia. Successioni esatte, la successione di omologia associata ad una successione esatta di complessi. La successione di Maier-Vietoris. Omologia delle sfere. Catene affini. Suddivisioni baricentriche. Operatore di suddivisione e sue proprietà. Omologia delle catene piccole rispetto ad un rivestimento. Applicazioni: omologia dei grafi, omologia del g-toro, teorema del punto fisso, invarianza della dimensione, mappe tra sfere, campi continui di vettori tangenti sulla sfera ed esistenza di campi mai nulli. Topologia differenziale. Varietà ed applicazioni differenziabili. Spazio tangente e derivata di un'applicazione differenziabile. Punti regolari e critici, valori regolari. Il teorema fondamentale dell'algebra. I teoremi di Sard e Brown (solo enunciato). Fibre di applicazioni differenzibili in valori regolari e loro struttura di varietà differenziabili, spazio tangente ad una fibra. Varietà con bordo. Il grado modulo 2 di un'applicazione differenziabile in un valore regolare. Omotopia ed isotopia differenziabile. Il grado modulo 2 di un'applicazione differenziabile in un valore regolare dipende solo dalla classe di omotopia differenziabile (lemma di omotopia). Lemma di omogeneità. Il grado modulo 2 di un'applicazione differenziabile non dipende dal valore regolare. Varietà orientabili. Il grado di Brouwer di un'applicazione differenziabile in un valore regolare. Il grado di Brouwer di un'applicazione differenziabile in un valore regolare dipende solo dalla classe di omotopia differenziabile. Il grado di Brouwer di un'applicazione differenziabile non dipende dal valore regolare. Campi differenziabili di vettori tangenti ad una varietà differenziabile. Indice di un campo differenziabile di vettori in uno zero isolato. I diffeomorfismi di R^n che preservano l'orientazione sono differenziabilmente isotopi all'identità. Il teorema di Poincaré-Hopf. Il lemma di Hopf. Zeri non degeneri di campi differenziabili di vettori tangenti. La somma degli indici di un campo differenziabile di vettori tangenti che ha solo zeri non degeneri è il grado della mappa di Gauss. Cenni di dimostrazione del teorema di Poincaré-Hopf.

Testi consigliati

[1] A.F. Lopez, *Appunti del corso GE5 a.a. 2008/2009*.
http://ricerca.mat.uniroma3.it/users/geometria/ge5.html (2009).
[2] E. Sernesi, *Geometria 2*. Boringhieri (1995).
[3] J.M. Lee, *Introduction to topological manifolds*. Springer (2000).
[4] A. Hatcher, *Algebraic topology*. Cambridge University Press (2001).
[5] J. W. Milnor, *Topology from the differentiable viewpoint*. Princeton University Press (1997).

Bibliografia supplementare

[6] C. Kosniowski, *Introduzione alla topologia algebrica*. Zanichelli (1995).

Modalità d'esame

- valutazione in itinere ("esoneri")		☐ SI	■ NO
- esame finale	scritto	☐ SI	■ NO
	orale	■ SI	☐ NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		☐ SI	■ NO