AC01 Analisi complessa 1

A.A. 2009/2010

Prof. Luigi Chierchia

1. Funzioni analitiche e mappe conformi Numeri complessi. Funzioni analitiche: equazioni di Cauchy-Riemann; funzioni coniugate. Serie di potenze (teorema di Abel).
Funzioni esponenziali, trigonometriche e iperboliche. Il logaritmo come funzione "multivoca" e rami analitici.
Trasformazioni conformi. Lunghezza e area. Trasformazioni lineari fratte. Mappe conformi elementari.

2. Integrazione complessa
Integrale su curve, catene e cicli. Caratterizzazione della dipendenza dagli estremi. Teorema di Cauchy su rettangoli e dischi (con singolarità). Indice. Formula di Cauchy su dischi. Derivate di ordine superiore e formula di Cauchy. Teorema di Morera. Stime di Cauchy.

3. Proprietà locali di funzioni analitiche
Singolarità eliminabili. Teorema di Taylor (formula integrale del resto). Zeri e singolarità isolate. Funzioni meromorfe. Ordine algebrico. Teorema di Weierstrass sulle singolarità essenziali. Struttura locale di trasformazioni analitiche. Principio del massimo. Lemma di Schwarz.

4. Forma generale del teorema di Cauchy
Omologia e domini semplicemente connessi. Il teorema generale di Cauchy (dimostrazione di Beardon).
Calcolo dei residui e di integrali definiti. Il principio dell'argomento. Teorema di Rouché.

5. Sviluppi in serie e prodotti
Teorema di Weierstrass sui limiti di funzioni analitiche. Differenziazione termine a termine. Teorema di Hurwitz. Serie di Taylor. Serie di Taylor delle funzioni elementari. Numeri di Bernoulli e sviluppo di $\cot z/2$. Serie di Laurent.
Fratti parziali. Teorema di Mittag-Leffler. Sviluppi in fratti parziali di: $\pi^2/\sin^2 \pi z$; $\pi \cot \pi z$; $\pi/\sin \pi z$.

Prodotti infiniti: caratterizzazione della convergenza tramite serie. Convergenza assoluta. Prodotti canonici e teorema di Weierstrass. Genere di funzioni intere. Prodotto canonico di $\sin \pi z$ e suo genere.
La funzione Gamma. Formula di duplicazione di Legendre. Poli e residui. Formula di Stirling.
La funzione zeta di Riemann. Teorema di Eulero. Estensione analitica. ζ è una funzione meroromorfa con unico polo in $z = 1$ con residuo 1. Valori speciali: $\zeta(-2m)$ con m naturale. L'equazione funzionale.
Ordine di funzioni intere. Formule di Poisson, Jensen e Poisson-Jensen. Teorema di Hadamard. Caso di ordine intero.

Testi consigliati

[1] Ahlfors, Lars V, *Complex analysis. An introduction to the theory of analytic functions of one complex variable.*. McGraw-Hill Book Co., New York (1978).

[2] Lang, Serge, *Complex analysis.*. Springer-Verlag, New York (1999).

Bibliografia supplementare

[3] M. Evgrafov, Coll, *Recueil de problèmes sur la théorie des fonctions analytiques*. Editions Mir (1974).

[4] Pap, Endre, *Complex Analysis Through Examples and Exercises*. Kluwer Texts in the Mathematical Sciences (1999).

Modalità d'esame

- valutazione in itinere ("esoneri")		■ SI	□ NO
- esame finale	scritto	■ SI	□ NO
	orale	■ SI	□ NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		□ SI	■ NO