

# GE7 GEOMETRIA ALGEBRICA 1

A.A. 2008/2009

Prof. Lucia Caporaso

Topologia di Zariski e spazi affini. Descrizione esplicita della retta e del piano affine.

Teorema degli zeri di Hilbert. Corrispondenza tra chiusi e ideali radicali. Spazi topologici noetheriani. Chiusi irriducibili, componenti irriducibili. Funzioni regolari su chiusi affini.

Applicazioni regolari, isomorfismi. Aperti principali. Esempi.

Lemma delle proiezioni aperte. Morfismi finiti.

Quozienti per azioni lineari di gruppi su spazi affini. Caso dei gruppi finiti. Spazi proiettivi e topologia di Zariski su essi.

Varietà quasi proiettive. Applicazioni razionali e regolari. Ipersuperfici proiettive. Applicazioni razionali e regolari. Equivalenza birazionale. Aperti principali e chiusi affini.

Varietà affini. Dimensione di varietà quasi proiettive. Morfismi genericamente finiti. Curve razionali normali. Varietà di Veronese. Caratterizzazioni dell'equivalenza birazionale.

Caratterizzazione di morfismi genericamente finiti. Insiemi costruibili e teorema di Chevalley. Varietà birazionali a ipersuperfici.

Applicazione di Segre e prodotti di varietà quasi proiettive. Topologia di Zariski su prodotti. Proiezioni, proiezioni lineari, fibre di proiezioni.

Immagine di varietà proiettive attraverso le proiezioni. Funzioni regolari su varietà proiettive.

Invarianza della chiusura proiettiva. Intersezioni di ipersuperfici in spazi proiettivi. Intersezioni complete. Dimensione di intersezioni di varietà con ipersuperfici. Semicontinuità superiore della dimensione delle fibre di morfismi.

Anello locale di una varietà in un punto. Spazio cotangente di Zariski.

Spazio tangente di Zariski, definizione estrinseca e intrinseca. Punti singolari e non singolari. Ipersuperfici.

Parametri locali. Successione esatta del differenziale di un morfismo e caratterizzazione di punti non-singolari.

Teorema di Bertini. Chiusi principali e localmente principali. Varietà localmente fattoriali.

Mappe razionali di varietà localmente fattoriali. Curve razionali e non razionali. Varietà normali

Normalizzazione di varietà affini. Divisori di Weil, divisori principali, gruppo delle classi di divisori per varietà nonsingolari in codimensione 1. Calcolo di  $Cl(X)$  per varietà fattoriali e spazi proiettivi.

Esempi di gruppo delle classi di divisori. Divisori su curve, grado. Criterio di razionalità per curve. Legge di gruppo su una cubica piana nonsingolare.

Divisori di Cartier, gruppo di Picard, confronto con i divisori di Weil. Teorema di Bézout sull'intersezione di curve e ipersuperfici. Sistemi lineari associati a divisori e relazione con le applicazioni razionali in spazi proiettivi.

Scoppiamenti.

## TESTI CONSIGLIATI

- [1] I SHAFAREVICH, *Basic Algebraic geometry*. Springer-Verlag, Berlin, 1994,
- [2] R. HARTSHORNE, *Algebraic geometry*. Graduate Texts in Math. No. 52. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977,
- [3] L. CAPORASO, *Introduzione alla geometria algebrica*. Appunti del corso disponibili su richiesta all'autrice,

## MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO