TN2 Teoria dei Numeri
A.A. 2004/2005

Prof. Francesco Pappalardi

Introduzione alla Teoria analitica dei numeri

1. Teoremi di Chebicev Formula delle somme parziali di Abel. Costante di Eulero–Mascheroni. La funzione ζ. Il Teorema di Chebicev. Teoremi di Mertens. La funzione di von Mangoldt e le funzioni θ e ψ di Chebichev.

2. Distribuzione media delle funzioni aritmetiche. Proprietà e definizioni delle funzioni aritmetiche. L'anello delle funzioni aritmetiche. Il prodotto di convoluzione e formule di inversione di Möbius. Il metodo dell'iperbole di Dirichlet. Formule asintotiche per la media delle funzioni τ (numero di divisori), φ (funzione di Eulero), ω (numero di divisori primi) e Ω (numero di divisori primi con molteplicità).

3. Teoria del Crivello combinatorio. Il crivello di Eratostene–Legendre. Formula asintotica per la funzione $\psi(x, y)$. Il crivello combinatorio di Brun. Dimostrazione del fatto che la serie dei reciproci dei numeri primi gemelli converge.

4. Ordini estremali delle funzioni aritmetiche. Definizioni di ordini estremali. Ordini estremali delle funzioni τ, φ, ω e Ω.

5. Richiami di Analisi Complessa. Richiami (senza dimostrazioni) delle nozioni di funzioni olomorfe, meromorfe e intere. Integrazione complessa. Singolarità eliminabili, essenziali, polari. Unicità delle estensioni di funzioni meromorfe. Calcolo dei residui con esempi. La funzione Γ e sue proprietà fondamentali. Logaritmo complesso.

6. La dimostrazione classica del Teorema dei numeri primi. La memoria di Riemann del 1860: Continuazione meromorfa della funzione ζ, equazione funzionale per la funzione ξ. Formula delle somme di Poisson. Funzioni intere di ordine finito e prodotti di Hadamard. Teorema di Hadamard sulla regione del piano in cui ζ non ha zeri. Distribuzione verticale degli zeri nella striscia critica (Formula asintotica per $N(T)$). Formule di Perron per serie di Dirichlet che convergono in $\Re s > 1$. Dimostrazione analitica del Teorema dei numeri primi.

Testi consigliati

[1] Davenport, Harold, *Multiplicative number theory*. Graduate Texts in Mathematics, 74. Springer-Verlag, New York, (2000).

[2] Tenenbaum, Gérald, *Introduction to analytic and probabilistic number theory*. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 46. Cambridge University Press, Cambridge, (1995).

Bibliografia supplementare

[3] Apostol, Tom , *Introduction to analytic number theory*. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, (1976).

[4] Murty, M. Ram, *Problems in analytic number theory*. Graduate Texts in Mathematics, 206. Readings in Mathematics. Springer-Verlag, New York, (2001).

Modalità d'esame

- valutazione in itinere ("esoneri")		☐ SI	■ NO
- esame finale	scritto	☐ SI	■ NO
	orale	■ SI	☐ NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		■ SI	☐ NO

Gli studenti sono tenuti a presentare un elaborato su uno degli argomenti tenuti nel corso. La presentazione dovrà essere autocontenuta e esauriente.

Gli studenti possono consegnare le soluzioni di alcuni degli esercizi proposti durante il corso.