

CP3 Argomenti scelti di probabilita

A.A. 2003/2004

Elisabetta Scoppola

Argomenti di teoria dei processi stocastici

1. Martingale

Martingale: filtrazioni, processi adattati, martingale, supermartingale e submartingale, giochi onesti, processi prevedibili, strategie di gioco, tempi di arresto, supermartingale arrestate, teorema di Doob, esempio del semplice random walk. ([W] tutto il cap.10, escluso 10.13)

Teorema di convergenza: lemma di Doob sugli upcrossing, teorema di convergenza di Doob e suo corollario. ([W] tutto il cap. 11)

Martingale limitate in L^2 : martingale in L^2 , ortogonalit  degli incrementi, somme di variabili indipendenti in L^2 a media nulla, una tecnica di simmetrizzazione, teorema delle tre serie di Kolmogorov, lemma di Cesaro, lemma di Kronecker, legge forte sotto ipotesi sulla varianza, lemma del troncamento di Kolmogorov, legge forte dei grandi numeri di Kolmogorov, decomposizione di Doob, il processo $\langle M \rangle$, convergenza di M e finitezza di $\langle M \rangle_\infty$, una legge forte banale per martingale in L^2 , estensione di Levy dei lemmi di Borel-Cantelli. ([W] tutto il capitolo 12)

Martingale uniformemente integrabili: teorema di Levy (“upward” e “downward”), dimostrazione della legge 0-1 di Kolmogorov con le martingale, disuguaglianza di Doob per submartingale, una conseguenza della disuguaglianza di Holder, disuguaglianza L^p di Doob, ([W] cap. 14 paragrafi: 14.1, 14.2, 14.4, 14.6, 14.10, 14.11)

Applicazioni: formula discreta di Black-Scholes, un esempio di controllo stocastico ([W] cap 15 par: 15.1, 15.2, 15.3)

2. Catene di Markov e applicazioni alle passeggiate aleatorie

Definizioni e proprieta’ : Proprieta’ di Markov, matrice stocastica, equazione di Chapman-Kolmogorov, esempi ([GS] 6.1)

Classificazione degli stati : stati ricorrenti, stati transienti, tempo medio di ricorrenza, stati ricorrenti nulli e non nulli, periodo di uno stato ([GS] 6.2)

Classificazione delle catene : stati comunicanti, insiemi chiusi e irriducibili, teorema di decomposizione, catene irriducibili, catene aperiodiche ([GS] 6.3)

Distribuzione stazionaria : definizione, teorema di esistenza e unicit , condizione per catene irriducibili transienti ([GS] 6.4 A)

Teorema limite : convergenza delle probabilita’ di transizione a n passi per catene irriducibili aperiodiche, esempi ([GS] 6.4 B)

Reversibilita’: catene reversibili, condizione di bilancio dettagliato, applicazioni ([GS] 6.5)

Applicazione alle passeggiate aleatorie: proprietà di ricorrenza delle passeggiate aleatorie in funzione della dimensione, passeggiate aleatorie con barriere, passeggiate aleatorie su grafi finiti.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] D. WILLIAMS, *Probability with martingales*. Cambridge Un.P., (2000).
 [2] G.R. GRIMMETT, D.R. STIRZAKER, *Probability and random processes*. Oxford Science Pub., (1995).

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [3] , . , ().
 [4] , . , ().

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO

A scelta dello studente l'esame puo' essere sostenuto presentando un argomento supplementare attraverso un seminario.