

GE4 Geometria Differenziale 1

A.A. 2002/2003

Edoardo Sernesi

1. Curve differenziabili

Vettori tangenti e spazi tangenti nello spazio euclideo. Curve differenziabili. Campi vettoriali sulle curve. Campi di vettori tangenti. Velocità. Riparametrizzazioni. Curve regolari. Curve a velocità unitaria. Esistenza di riparametrizzazioni a velocità unitaria. Formule di Frenet per curve piane a velocità unitaria. Raggio e centro di curvatura. Cerchio osculatore. Formule di Frenet per curve di E^3 a velocità unitaria. Piano tangente, normale, rettificante. Curve a velocità—'a arbitraria. Formule di Frenet. Formule per il calcolo di curvatura e torsione nel caso di velocità arbitraria. Teorema di congruenza. Caratterizzazione di rette e di curve piane.

2. Applicazioni differenziabili

Applicazioni differenziabili. Diffeomorfismi. Parametrizzazioni. Carte locali. Matrice jacobiana. Se un'applicazione differenziabile ha matrice jacobiana di rango massimo in un punto allora e' localmente una parametrizzazione.

3. Superfici di E^3

Superfici elementari (o parametrizzate). Prima forma quadratica fondamentale. Lunghezza delle curve su una superficie elementare. E, F, G . Ortogonalità e angoli. Isometrie. Superfici di rotazione e superfici rigate. Derivate direzionali. Derivate di campi vettoriali in E^n . Campi vettoriali su una superficie elementare e loro derivate. Campo di versori normali ad una superficie elementare. L'applicazione di Gauss. Descrizione del differenziale dell'applicazione di Gauss. L'operatore forma. L'operatore forma è simmetrico. La seconda forma quadratica fondamentale. Le sezioni normali ad una superficie elementare in un punto. Le curvature normali ad una superficie elementare in un punto. Loro relazione con la curvatura delle sezioni normali. Il teorema di Rodriguez. Punti ombelicali. Curvatura media e curvatura gaussiana e loro espressione tramite i coefficienti delle forme fondamentali. Punti ellittici, iperbolici e parabolici. Punti planari. Per un punto ellittico non passano segmenti di retta contenuti nella superficie. Caratterizzazione delle superfici a punti ombelicali. Struttura globale di superficie. Carte locali. Orientabilità. Parametrizzabilità delle ipersuperfici di E^n nell'intorno di punti in cui il gradiente è non nullo. La classificazione delle quadriche non degeneri di E^3 (solo enunciato). Orientabilità. Orientabilità delle superfici dotate di equazione cartesiana. Verifica dell'orientabilità tramite parametrizzazioni. Proprietà

di curvatura delle superfici compatte. Proprietà intrinseche e geometria intrinseca. Il Theorema Egregium (solo enunciato).

TESTI CONSIGLIATI

- [1] E. SERNESI, *Geometria 2*. Bollati Boringhieri, (1994).
 [2] G. CAMPANELLA, *Curve e superfici differenziabili - Esercizi svolti*. Aracne, (2000).

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [3] , . , ().
 [4] , . , ().

MODALITÀ D'ESAME

| | | | |
|---|---------|--|--|
| - valutazione in itinere (“esoneri”) | | <input checked="" type="checkbox"/> SI | <input type="checkbox"/> NO |
| - esame finale | scritto | <input checked="" type="checkbox"/> SI | <input type="checkbox"/> NO |
| | orale | <input checked="" type="checkbox"/> SI | <input type="checkbox"/> NO |
| - altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto) | | <input type="checkbox"/> SI | <input checked="" type="checkbox"/> NO |