CP1 + Pac Probabilità discreta e probabilità al calcolatore

A.A. 2001/2002

Prof. Fabio Martinelli

Probabilità discreta e simulazioni

1. Probabilità

Esperimenti aleatori, eventi elementari, spazio campionario. Eventi e operazioni su eventi. Probabilità di eventi: la definizione assiomatica. Spazi di probabilità. Probabilità discreta. Probabilità classica e probabilità uniforme su spazi campionari finiti. Problemi di conteggio: il calcolo combinatorio (combinazioni e disposizioni con e senza ripetizioni, permutazioni). Probabilità su spazi campionari numerabili. Probabilità condizionata: formula di Bayes, formula delle probabilità totali, probabilità a priori e a posteriori. Indipendenza di due eventi e famiglie di eventi indipendenti.

2. Variabili aleatorie discrete

testo del paragrafo Definizione di variabili aleatorie discrete. Distribuzione di una variabile aleatoria discreta. Indipendenza di due variabili aleatorie e famiglie di variabili aleatorie indipendenti. Variabili di Bernoulli e prove bernoulliane. Distribuzione binomiale e geometrica. Definizione e proprietà del valore atteso. Valore atteso delle variabili legate allo schema di Bernoulli. Distribuzione e valore atteso per una funzione di una variabile aleatoria. Caratterizzazione di variabili aleatorie indipendenti tramite fattorizzazione del valore atteso. Definizione e proprietà della varianza. Varianza delle variabili aleatorie legate allo schema di Bernoulli. Disuguaglianza di Markov e di Chebycev. Legge (debole) dei grandi numeri e applicazioni alla simulazione: stima della media e della varianza. Comportamento asintotico della distribuzione binomiale: la distribuzione di Poisson. Valore atteso e varianza della distribuzione di Poisson. Comportamento asintotico della distribuzione binomiale: il teorema di De Moivre-Laplace. Distribuzioni congiunte e marginali. Definizione e proprietà della covarianza. Relazione tra variabili aleatorie indipendenti e non correlate (indipendenza implica covarianza nulla; covarianza nulla non implica indipendenza).

3. Variabili aleatorie continue

Definizione di variabili aleatorie continue: densità di probabilità, funzione di distribuzione e legge indotta. Distribuzioni di variabili aleatorie continue di tipo: uniforme su un intervallo, esponenziale, gamma, gaussiana. Calcolo della densità di probabilità a partire dalla funzione di distribuzione. Densità di probabilità per funzioni di una variabile aleatoria continua. Definizione di valore atteso e di varianza. Variabili aleatorie indipendenti. Densità della somma di due variabili aleatorie (continue) indipendenti [senza dimostrazione]. La distribuzione gamma come somma di variabili aleatorie esponenziali indipendenti. Il processo di Poisson [cenni] e legame tra la distribuzione esponenziale e la distribuzione di Poisson. Proprietà della distribuzione gaussiana. Teorema del limite centrale [senza dimostrazione] e applicazioni.

4. Simulazione

Il corso prevede una parte di esercitazioni di laboratorio per l'implementazione di algoritmi su:

– simulazione di variabili aleatorie di tipo: bernoulliana, binomiale, geometrica (come primo istante di successo in prove ripetute), di Poisson, finita, uniforme su un insieme finito e uniforme su un intervallo finito, esponenziale (e simulazione di variabili aleatorie geometriche a partire da esponenziali), gaussiana;

– stima del valore atteso e della varianza tramite simulazione di variabili indipendenti e "precisione" legata alla disuguaglianza di Chebycev;

– confronto, ove possibile, tra la distribuzione empirica e la distribuzione teorica;

– metodo Monte Carlo per il calcolo numerico di un integrale (metodo "del rigetto");

NB L'elenco degli esercizi di laboratorio è disponibile presso il sito web del dipartimento. Si lascia allo studente la scelta del linguaggio di programmazione (Pascal o C) da usare per l'implementazione degli algoritmi di simulazione.

Testi consigliati

[1] Paolo Baldi, *Laboratorio di statistica e probabilità*. McGraw-Hill, (1995).
[2] Jim Pitman, *Probability*. Springer Texts in Statistics, (1992).

Bibliografia supplementare

[3] William Feller, *An introduction to probability theory and its applications.* 3^{th} *edition.*. Wiley, N.Y., (1957).

Modalità d'esame

- valutazione in itinere ("esoneri")		■ SI	□ NO
- esame finale	scritto	■ SI	□ NO
	orale	□ SI	■ NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		□ SI	■ NO

Gli studenti che hanno sostenuto con esito positivo, nel corso del semestre, le prove di valutazione parziale ("esoneri") superano l'esame con un voto che è la media dei voti dei due esoneri.

Per tutti gli studenti che non si avvalgono della possibilità della valutazione del profitto durante il corso, l'esame finale consiste in una prova scritta, comprendente anche domande di tipo teorico e relative al corso di laboratorio.

In presenza di una valutazione positiva delle prove parziali durante il corso, la consegna da parte dello studente di una successiva prova scritta di esame comporta la rinuncia implicita al "voto di esonero". Pertanto, in tal caso, la valutazione del profitto del corso verrà effettuata in base alla prova d'esame.