AM3 Analisi Matematica (3^0 Modulo)
A.A. 2000/2001

Prof. Luigi Chierchia

Funzioni di più variabili reali

1. Regolarità di funzioni reali di n variabili reali. Norme su R^n. Disuguaglianza di Cauchy. Topologia standard in R^n. Compattezza e connessione. Funzioni continue da R^n in R^m. Massimo e minimo limite (funzioni da R^n in R). Teoremi di Weierstrass (sull'esistenza di massimi e minimi) e di Heine–Borel. Derivate parziali e direzionali. Differenziale. Differenziabilità $\Longrightarrow$ continuità ed esistenza delle derivate direzionali. C^1 $\Longrightarrow$ differenziabilità. Derivate successive e lemma di Schwarz. Funzioni $C^k(A)$, $A \subset R^n$. Controesempi (funzioni con derivate direzionali ma non continue in x_0; funzioni differenziabili ma non C^1 in x_0; funzioni con derivate miste diverse). Derivazione di funzioni composte. Differenziabilità di funzioni a valori in R^m, matrici Jacobiane e regole per la derivazione di funzioni composte vettoriali. Formula di Taylor (varie formulazioni e corollari). Punti critici: condizioni necessarie e condizioni sufficienti per l'esistenza di massimi o minimi locali.

2. Successioni di funzioni. Successioni di funzioni da $A \subset R^n$ in R^m: convergenza puntuale e convergenza uniforme. Il limite uniforme di funzioni continue è una funzione continua. Lo spazio di Banach delle funzioni continue con la norma dell'estremo superiore. Teoremi sulla derivazione ed integrazione di successioni di funzioni. Derivazione sotto segno di integrale. Spazi di Banach di funzioni C^k. Teorema di Ascoli–Arzela. Formula di Stirling. Generalità sulle serie di funzioni, convergenza totale.

3. Teorema delle funzioni implicite ed applicazioni. Equivalenza delle norme in R^n. Norme su matrici (incluso il calcolo esplicito della norma $\|\cdot\|_{\infty,\infty}$). Lemma delle contrazioni. Teorema delle funzioni implicite. Stime esplicite su domini e codomini di funzioni implicite. Regolarità di funzioni implicite. Teorema della funzione inversa. Applicazione al calcolo dei massimi e minimi vincolati (metodo dei moltiplicatori di Lagrange incluso il caso di più vincoli).

4. Serie di potenze in C. Funzioni olomorfe (derivabili in senso complesso). Equazioni di Cauchy–Riemann e relazione con la differenziabilità reale delle funzioni complesse viste come mappe su R^2. Teorema di Hadamard (sul raggio di convergenza). Le serie di potenze complesse sono funzioni olomorfe e la loro derivata ha lo stesso raggio di convergenza. Le funzioni $\exp z$, sen z, $\cos z$, senh z, $\cosh z$: definizioni per serie, teorema di addizione, relazioni elementari, formula di Eulero; definizione analitica di π; proprietà di periodicità; proprietà di iniettività.

Testi consigliati

[1] L. Chierchia, *Lezioni di Analisi 2*. Aracne, (1997).

Bibliografia supplementare

[2] E. Giusti, *Analisi 2*. Boringhieri, (1989).
[3] W. Rudin, *Principi di Analisi Matematica*. McGraw-Hill, (1991).

Modalità d'esame

- valutazione in itinere ("esoneri")		■ SI	□ NO
- esame finale	scritto	■ SI	□ NO
	orale	□ SI	■ NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		□ SI	■ NO